

Nom : _____ Prénom : _____ Série Techno/pro _____

Calculatrices autorisées. Le barème est donné à titre indicatif.

Ne trichez pas, ne chouinez pas, ne répondez pas à des questions qu'on ne vous pose pas et appliquez-vous à rédiger de façon efficace et concise. Donnez tout ce que vous pouvez, le Père Noël vous le rendra au centuple.

Exercice 1 /4,5

Calculer les dérivées des fonctions suivantes, **on ne détaillera pas l'étude des ensembles de dérivabilité** :

1. f définie par $f(x) = 5x^3 - 6x^2 + 4x - 1$
2. g définie par $g(x) = (3x^2 - 5x + 4)^3$
3. h définie par $h(x) = (2x - 5) \times \sqrt{x}$

Exercice 2 /3

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{2}{2 + \cos x}$.

1. Montrer que la fonction f est paire.
2. Montrer que la fonction f est 2π -périodique.

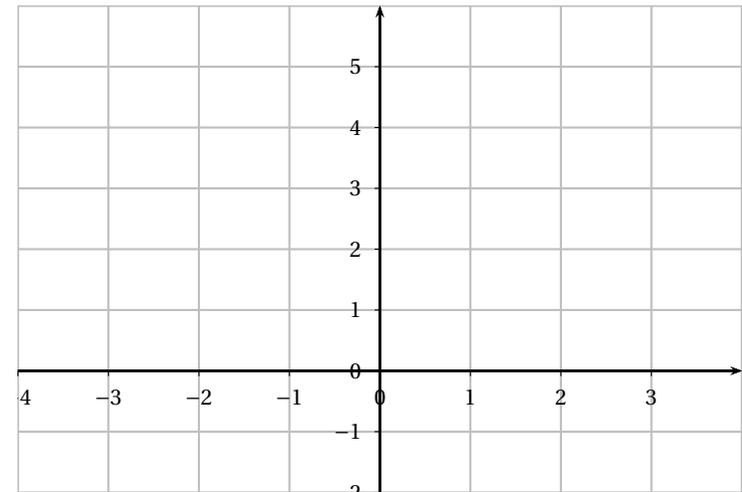
Exercice 3 /2

Résoudre l'équation $\sqrt{13 - x^2} = 2x - 1$

Exercice 4 /3,5

On définit une fonction f sur \mathbb{R} par $f(x) = |2x - 1| + |3 - x|$

1. Calculer $f(0)$ et $f(1)$.
2. Écrire l'expression $f(x)$ sans valeurs absolues suivant les valeurs de x .
3. Représenter le graphe de la fonction f dans le repère ci-dessous :



Exercice 5 /7

Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{2x^3 - 1}{x^2 + 5} \quad g(x) = x^3 + 15x + 1$$

1. Étude de la fonction g .

- (a) Calculer la fonction g' , dérivée de la fonction g .
- (b) Déterminer le signe de $g'(x)$ et prouver que la fonction g est strictement croissante sur \mathbb{R} .
- (c) Prouver qu'il existe une et une seule solution α sur \mathbb{R} à l'équation $g(x) = 0$. Donner un encadrement de α à 0,01 près.
- (d) En déduire le signe de g sur \mathbb{R} .

2. Étude de la fonction f .

- (a) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- (b) Montrer que la dérivée de la fonction f est :

$$f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 5)^2} g(x)$$

- (c) En déduire le signe de la dérivée $f'(x)$ sur \mathbb{R} .
- (d) Construire le tableau de variations de la fonction f .