▶ Exercice 1 /6

Déterminer les expressions algébriques des nombres suivants :

a. $3-5\mathrm{i}-(2+\mathrm{i})$

b. $(3-5\mathrm{i})(\mathrm{i}-2)$

c. $(1+\mathrm{i})^2$

d. $(2-3\mathrm{i})(2+3\mathrm{i})$

e. $\dfrac{1}{2+\mathrm{i}}$

f. $\dfrac{3+2\mathrm{i}}{4-3\mathrm{i}}$

▶ Exercice 2 /4

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

a. $3z+5=4-3\mathrm{i}-2\mathrm{i}z$

b. $2\overline{z}=\mathrm{i}-1$

c. $3\overline{z}+5=\mathrm{i}z-3$

d. $z^2-z+1=0$

▶ Exercice 3 /4,5

Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} v_0 = 10 \\ v_{n+1} = \sqrt{v_n+6} \end{cases}$

1. Démontrer par récurrence que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $3\leqslant v_n\leqslant 10$
2. On appelle f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x+6}$
   (a) Démontrer que la fonction f est croissante sur $[0;+\infty[$.
   (b) En déduire par une récurrence que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $v_{n+1}\leqslant v_n$
   (c) Interpréter le résultat obtenu.

▶ Exercice 4 /4

On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par $P(z)=z^3+3z^2+z+3$.

1. Montrer que le nombre $z_0=-3$ est solution de l'équation $P(z)=0$.
2. Déterminer trois nombres réels a, b et c tels que pour tout $z\in\mathbb{C}$, $P(z)=(z+3)(az^2+bz+c)$
3. En déduire les solutions de l'équation $z^3+3z^2+z+3=0$ dans $\mathbb{C}$.

▶ Exercice 5 /2

Déterminer deux nombres complexes z_1 et z_2 tels que :

$$\begin{cases} z_1+z_2 = 3 \\ z_1\times z_2 = 5 \end{cases}$$