

Prénom :

Nom :

Série Techno

*Commencer par les exercices 3 et 4. Calculatrices autorisées.***Exercice 1 /3**Calculer les dérivées des fonctions f , g et h définies par :

$$f(x) = \frac{1+3x}{3+x}$$

$$g(x) = (3x-4)e^{-x}$$

$$h(x) = \sqrt{x^2+1}$$

Exercice 2 /4,5

Calculer les limites des suites définies de la façon suivante. Attention aux justifications.

1. $u_n = n^2 - 2n$

2. $v_n = \frac{3-4n}{2n+7}$

3. $w_n = \frac{4-0,8^n}{1,3^n}$

Exercice 3 /6On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = \frac{1}{10}(u_n+1)^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Déterminer les variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{10}(x+1)^2$.
2. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$.
3. En déduire que la suite (u_n) est convergente.
4. On admet que la limite ℓ de la suite vérifie

$$\ell = \frac{1}{10}(\ell+1)^2 \text{ et } \ell \leq 5.$$

Déterminer cette limite.

Exercice 4 /7

Dans une ville, un nouveau lycée a ouvert ses portes en 2020 et a accueilli pour sa première rentrée 500 élèves. D'une année sur l'autre, le proviseur du lycée prévoit une perte de 30 % de l'effectif et l'arrivée de 300 nouveaux élèves. Le lycée est dimensionné pour accueillir 900 élèves par an.

On modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre d'élèves inscrits au lycée pour l'année 2020 + n , avec n entier naturel. On a donc $u_0 = 500$.

1. (a) Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2021.
 (b) Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2022.
 (c) Justifier que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
2. Justifier, en utilisant les données de l'énoncé, que pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,7u_n + 300$.
3. On souhaite, pour un entier n donné, afficher tous les termes de la suite (u_n) du rang 0 au rang n .

Lequel des trois algorithmes suivants permet d'obtenir le résultat souhaité ? Justifier.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables : n, i entiers naturels, u nombre réel Début algorithme Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n Afficher u u prend la valeur $0,7 \times u + 300$ Fin Pour Fin algorithme	Variables : n, i entiers naturels, u nombre réel Début algorithme Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n Afficher u u prend la valeur $0,7 \times u + 300$ Fin Pour Afficher u Fin algorithme	Variables : n, i entiers naturels, u nombre réel Début algorithme Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n u prend la valeur $0,7 \times u + 300$ Fin Pour Afficher u Fin algorithme

4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 1000$.
 (a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,7$.
 (b) En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 1000 - 500 \times 0,7^n$.
5. Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter dans le contexte de l'exercice. La capacité du lycée sera-t-elle suffisante ?