▶ Exercice 1 Distance point/droite

Soient $A\,(2\,;3)$ et $B\,(5\,;1)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
2. Donner un vecteur normal à la droite (AB).
3. On considère le point $C\,(4\,;5)$
   (a) Démontrer qu'il n'appartient pas à la droite (AB).
   (b) Montrer qu'une équation de la droite (d), perpendiculaire à (AB) passant par C, est $-3x+2y=-2$
   (c) Déterminer les coordonnées de l'intersection H entre les droites (d) et (AB).
   (d) En déduire la distance entre C et la droite (AB).

▶ Exercice 2 Une preuve du théorème de Ménélaüs

ABC est un triangle non aplati. Les points P, Q et R sont définis par :

$$\overrightarrow{PA}=\alpha\overrightarrow{PB} \qquad \overrightarrow{QB}=\beta\overrightarrow{QC} \qquad \overrightarrow{RC}=\gamma\overrightarrow{RA} \qquad , \quad \alpha\neq 1,\ \beta\neq 1,\ \gamma\neq 1$$

Théorème 1 (Ménélaüs)**.**

Les points P, Q et R sont alignés si et seulement si $\alpha\beta\gamma=1$

Le but de l'exercice est de prouver ce théorème.

1. Justifier rapidement pourquoi les conditions de définition des points P, Q et R imposent à ces points d'être sur (AB), (BC) et (CA) respectivement.
2. Montrer, en utilisant des systèmes par exemple, que les coordonnées des points P, Q et R dans le repère $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ sont : $P\left(-\dfrac{\alpha}{1-\alpha}\,;0\right)$, $Q\left(-\dfrac{1}{\beta-1}\,;\dfrac{\beta}{\beta-1}\right)$ et $R\left(0\,;\dfrac{1}{1-\gamma}\right)$
3. Démontrer le théorème.