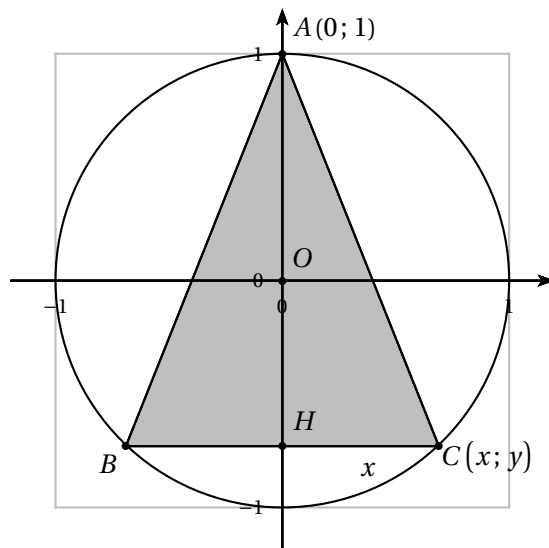


Dans cet exercice, on va déterminer quel est le triangle isocèle inscrit dans un cercle de rayon 1 qui a une aire maximale.

On se place donc dans le cercle « trigonométrique », centré en O et de rayon 1.



On considère un triangle ABC , isocèle en A , inscrit dans un cercle de rayon 1. H est le pied de la hauteur issue du sommet principal. A est fixe et le point C est mobile sur le cercle, on appelle x l'abscisse de C , et y son ordonnée.

On a $x \in [0; 1]$.

Les coordonnées des points sont : $A(0; 1)$, $B(-x; y)$ et $C(x; y)$.

- Justifier que $C(x; y)$ appartient au cercle si et seulement si $x^2 + y^2 = 1$.
- Justifier que $AH = 1 - y$. En déduire que l'aire du triangle isocèle ABC est $x(1 - \sqrt{1 - x^2})$.
- On pose, pour tout $x \in [0; 1]$, $f(x) = x(1 - \sqrt{1 - x^2})$.
 - Démontrer que pour tout $x \in [0; 1[$, $f'(x) = \frac{\sqrt{1 - x^2} - 1 + 2x^2}{\sqrt{1 - x^2}}$.
 - Résoudre l'équation $\sqrt{1 - x^2} = 1 - 2x^2$.
 - En déduire le signe de $f'(x)$ puis les variations de f .
- Quelle est la nature du triangle isocèle d'aire maximale inscrit dans le cercle unité ?