Pour le 13/10/2022 **DM n° 3** **CPES**

Exercice 1

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $4x^2-5x+1=0$
2. $2x^2-12x+13=0$
3. $-2x^2+3x-1\geqslant 0$
4. $-2x^2>\frac{9}{2}-6x$
5. $\frac{2x^2-12x+19}{x-2}\leqslant 0$
6. $-2x(x-2)(x^2-8x+16)>0$

Exercice 2

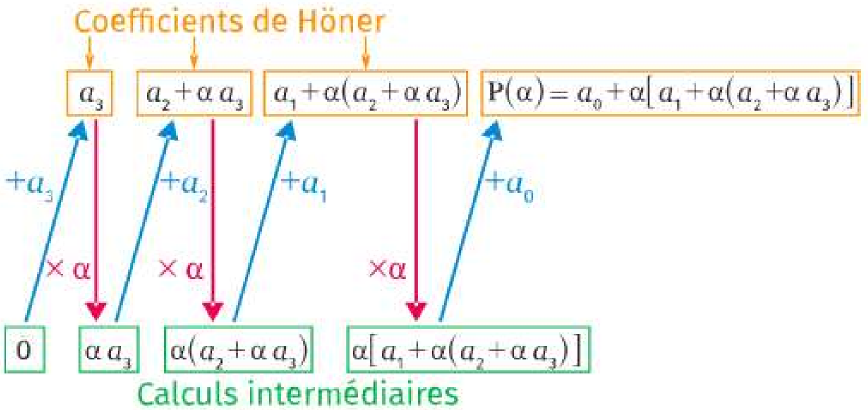
Déterminer les positions relatives (l'une par rapport à l'autre) des paraboles d'équations $y=3x^2+x-1$ et $y=x^2-4x+2$

Exercice 3 — **Algorithme de Hörner**

Cette méthode permet de calculer $P(\alpha)$ avec un nombre d'opérations réduit par rapport à la méthode classique. Dans le cas où α est une racine de P, les coefficients obtenus permettent de factoriser P.

1. On suppose que P est un polynôme de degré 3 et on note $P(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$, où $a_0,\cdots,a_3$ sont des réels et $a_3\neq 0$.
2. Soit α un réel quelconque.
   (a) Prouver que $P(\alpha)=a_0+\alpha\big(a_1+\alpha(a_2+\alpha a_3)\big)$
   (b) Compter le nombre d'opérations nécessaires pour calculer $P(\alpha)$ avec cette méthode. Comparer avec le nombre d'opérations nécessaires avec l'expression $P(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$.
3. Soit α une racine de P. Montrer alors que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $P(x)=(x-\alpha)\big(a_3x^2+(a_2+\alpha a_3)x+a_1+\alpha(a_2+\alpha a_3)\big)$.

On appelle donc *coefficients de Hörner* les nombres a_3, $a_2+\alpha a_3$, $a_1+\alpha(a_2+\alpha a_3)$



Pour le 13/10/2022 **DM n° 3** **CPES**

Exercice 1

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $4x^2-5x+1=0$
2. $2x^2-12x+13=0$
3. $-2x^2+3x-1\geqslant 0$
4. $-2x^2>\frac{9}{2}-6x$
5. $\frac{2x^2-12x+19}{x-2}\leqslant 0$
6. $-2x(x-2)(x^2-8x+16)>0$

Exercice 2

Déterminer les positions relatives (l'une par rapport à l'autre) des paraboles d'équations $y=3x^2+x-1$ et $y=x^2-4x+2$

Exercice 3 — **Algorithme de Hörner**

Cette méthode permet de calculer $P(\alpha)$ avec un nombre d'opérations réduit par rapport à la méthode classique. Dans le cas où α est une racine de P, les coefficients obtenus permettent de factoriser P.

1. On suppose que P est un polynôme de degré 3 et on note $P(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$, où $a_0,\cdots,a_3$ sont des réels et $a_3\neq 0$.
2. Soit α un réel quelconque.
   (a) Prouver que $P(\alpha)=a_0+\alpha\big(a_1+\alpha(a_2+\alpha a_3)\big)$
   (b) Compter le nombre d'opérations nécessaires pour calculer $P(\alpha)$ avec cette méthode. Comparer avec le nombre d'opérations nécessaires avec l'expression $P(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$.
3. Soit α une racine de P. Montrer alors que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $P(x)=(x-\alpha)\big(a_3x^2+(a_2+\alpha a_3)x+a_1+\alpha(a_2+\alpha a_3)\big)$.

On appelle donc *coefficients de Hörner* les nombres a_3, $a_2+\alpha a_3$, $a_1+\alpha(a_2+\alpha a_3)$