

Programme de colles
Semaine 7
du 11 au 15 novembre 2024

Questions de cours

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ si $x > 0$ et $-\frac{\pi}{2}$ si $x < 0$.
2. Théorème de la division euclidienne : énoncé, démonstration de l'existence dans \mathbb{N} .
3. Théorème de la division euclidienne : énoncé, démonstration de l'unicité.
4. Calculer des coefficients de Bézout pour un couple d'entiers donné.
5. Soit a et b deux entiers naturels non-nuls, et n un autre entier. Si n est multiple de a et de b alors n est multiple de leur PPCM.

Exercices

Chapitre B2. Ensembles

- I. Ensembles
- II. Applications
- III. Relations binaires

Programme prévisionnel de la semaine suivante

Chapitre A4 (Fonctions usuelles).

Chapitre B2. Ensembles

I. Ensembles

Ensemble, éléments. Appartenance, inclusion, ensemble vide, partie ou sous-ensemble. Ensemble $\mathcal{P}(E)$. Complémentaire, intersection, réunion, différence. Distributivité de \cap et \cup l'une par rapport à l'autre. Lois de de Morgan. Produit cartésien fini. Exemples des ensembles \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} , \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 .

II. Applications

Ensemble $\mathcal{F}(E, F)$ des applications d'un ensemble E vers un ensemble F . Ensembles de départ, d'arrivée, graphe, image et antécédent d'un élément. Identité de E , restriction, prolongement. Image d'une partie de E , image réciproque d'une partie de F .

Injection, surjection, bijection. Stabilité par composition. Fonction réciproque d'une bijection, unicité, caractérisation : $f : E \rightarrow F$ est bijective si et seulement si il existe $g : F \rightarrow E$ telle que $f \circ g = \text{Id}_F$ et $g \circ f = \text{Id}_E$. On a alors $g = f^{-1}$, et l'unicité de f^{-1} . Réciproque d'une composée.

Cas des fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} : théorème de la bijection, théorème de dérivation de la réciproque.

III. Relations binaires

Relation d'équivalence. Classe d'équivalence, elles réalisent une partition.

Relation d'ordre, total ou partiel. Majorant, minorant, maximum, minimum d'une partie.