

Devoir à la Maison n°2

Ces exercices sont extraits de la feuille de TD A3.

11 Étudier les fonctions suivantes.

j. $f : x \mapsto \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$

k. $f : x \mapsto x \ln x$.

Justifier que l'on peut prolonger par continuité cette dernière fonction en 0 et étudier la dérivabilité de ce prolongement par continuité.

On donne : $\frac{1}{e} \simeq 0,37$.

12 On note :

$$f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+3} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x+3}{x+1} - \ln(x+1).$$

a. Étudier la fonction g . Démontrer qu'elle s'annule en un unique point α et donner un encadrement de α d'amplitude 1.

On donne $\ln 2 \simeq 0,7$ et $\ln 5 \simeq 1,6$.

b. Montrer que $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+1}$.

c. Étudier la fonction f .

13 Déterminer le signe sur son ensemble de définition de la fonction :

$$f : x \mapsto x^2 - \ln^2 x - 1.$$