Exercice 4 (Extrait Centrale,MP , 2018)

Notion et contenu du programme : **Temps de demi-vie d'un nucléide radioactif**

- **Le temps de demi vie est aussi désigné par *période* du nucléide radioactif : c'est le temps au bout duquel la population du nucléide a été divisée par 2 .**

  Temps de demi vie à comparer à temps de demi réaction
- **Processus de désintégration des nucléides radioactifs : processus d'ordre 1**

  Loi d'évolution de la population $P = P_0 exp(-kt) = P_0 exp\left(-Ln2\frac{t}{T}\right)$ **avec T= période**

I.A.1)

a- A la réaction de désintégration on associe une vitesse qui par définition s'exprime selon

$$v = -\frac{dP(t)}{dt}$$

réaction élémentaire ⇒ loi de Van't Hoff : v = k P(t)

Identification des deux expressions : on obtient l'équation différentielle vérifiée par P(t) :

$$-\frac{dP(t)}{dt} = kP(t) \quad \text{soit encore} \quad \frac{dP(t)}{dt} + kP(t) = 0$$

équation différentielle du premier dont la résolution conduit à la relation de l'énoncé : $\mathbf{P=P_0e^{-kt}}$

b. D'après la définition « A(t) = nombres de désintégrations par seconde » :

Or lorsqu'il se produit une désintégration , la population diminue d'une unité ; en d'autres termes , le nombre de désintégrations est égal à l'opposé de la variation de population , c'est-à-dire :

$A(t) = -\frac{dP(t)}{dt}$ soit finalement $\boxed{\mathbf{A(t) = kP(t) = kP_0\, e^{-kt}}}$

P(t) = nombre de noyaux de Radium , ainsi , si m(t) désigne la masse de l'échantillon , on a

$\boldsymbol{P(t) = N_A\frac{m(t)}{M}}$ **où M désigne la masse molaire de l'élément .**

Enfin , si on veut exprimer l'activité en Curie , il faudra diviser par 3 ,7 .10^10 : $\boldsymbol{A(t) = \frac{N_A k}{3{,}7.10^{10}}\frac{m(t)}{M}}$

A.N. : $A(t) = \frac{6{,}02.10^{23} * 1{,}355.10^{-11}}{3{,}7.10^{10} * 226{,}025} * 1 = 0{,}96\ Ci \approx \mathbf{1}\boldsymbol{Ci}$

Période :

$T_{Ra} = \frac{Ln2}{k}$, soit T_{Ra} = Ln2/1,355.10^-11 = 5,11.10^10 s

1 année = 365,25*24*3600 = 3,1557.10^8 s d'où : $\boxed{T_{Ra} = 5{,}11.10^{10}\ \text{s} \approx 1619\ \text{ans}}$

c) Le radium a été le premier élément radioactif pour lequel a pu être déterminée l'activité ; on doit ces travaux à Marie Curie , d'où l'unité Curie correspondant à l'activité d'un gramme de radium

Marie Curie a été une scientifique hors – pair :
elle a reçu le prix Nobel à deux reprises :

1903 : Prix Noble Physique -Chimie
Avec Pierre Curie , Henri Becquerel
1911 : Prix Nobel de Chimie

I.A.2)
A6

$$A(t) = \frac{N_A Ln2}{3{,}7.10^{10} T_C} \frac{m(t)}{M}$$

A.N. **A(t) =106 Ci**

b) L'isotope ^{14}C est utilisé pour dater : en évaluant la quantité de ^{14}C présent à un instant t dans une espèce , on peut remonter « au temps initial» et donc déterminer l'âge .

I.A.3) 2 processus simultannés

$$^{125}_{54}\mathrm{Xe} \rightarrow {}^{125}_{53}\mathrm{I} + \text{positron} + \text{énergie} \qquad (1)$$

$$^{125}_{53}\mathrm{I} + \text{électron} \rightarrow {}^{125}_{52}\mathrm{Te} + \text{énergie} \qquad (2)$$

bilan de matière
en fonction des avancements de réaction
respectifs ξ_1 et ξ_2

Xe : $N_{Xe} = N_{Xe\,0} - \xi_1$
I : $N_I = N_{I\,0} + \xi_1 - \xi_2$
Te : $N_{Te} = N_{Te\,0} + \xi_2$

Vitesse des deux processus
Définition : $v_1 = \frac{d\xi_1}{dt}$ et $v_2 = \frac{d\xi_2}{dt}$

Hypothèse : processus d'ordre 1
$v_1 = k_1 N_{Xe}$ et $v_2 = k_2 N_I$
$k_i = Ln2 / T_i$

$$-\frac{dN_{Xe}}{dt} = k_1 N_{Xe} \qquad \frac{dN_I}{dt} = k_1 N_{Xe} - k_2 N_I \qquad \frac{dN_{Te}}{dt} = k_2 N_I$$

Résolution :
Xe : équation du 1er ordre sans second membre **$N_{Xe} = N_0 \exp(-k_1 t)$**

I : équation du 1er ordre avec second membre $\frac{dN_I}{dt} + k_2 N_I = k_1 N_0 \exp(-k_1 t)$

Hypothèse : $N_{I0} = 0$ $N_I = N_{I\,hom} + N_{I\,part}$; $N_I = A\exp(-k_2 t) + \frac{N_0 k_1}{k_2 - k_1}\exp(-k_1 t)$

$$N_I = \frac{N_0 k_1}{k_2 - k_1}\left(\exp(-k_1 t) - \exp(-k_2 t)\right)$$

Te : … il est plus simple d'utiliser la conservation de la matière que de résoudre l'équation différentielle
$N_0 = N_{Xe} + N_I + N_{Te}$ …

b) Expression de la condition cherchée : $N_I \geq 0,9\ N_0$

Rigoureusement : utilisation de l'expression précédente établie pour N_I...

Approximations « grossières »

On a $k_2 = Ln2 / T_2$ et $k_1 = Ln2 / T_1$, d'où $k_2 / k_1 = T_1 / T_2 = 18 / (60*24) = 1/80$

$k_2 << k_1$: on fait l'approximation que la quantité de tellure est négligeable devant la quantité initiale

Alors

$N_0 = N_{Xe} + N_I + N_{Te}$ $\Rightarrow$ $N_0 \approx N_{Xe} + N_I$ **et $N_I \approx N_0\ (1 - exp(-k_1 t))$**

Résolution $N_I \geq 0,9\ N_0$ $\Leftrightarrow$ $(1 - exp(-k_1 t)) \geq 0,9$ soit $\boxed{t \geq Ln10 / k_1}$

A.N

$$t = \frac{Ln10}{k_1} = \frac{Ln10}{Ln_2} T_1 = 59,8 heures \approx \mathbf{60\ heures}$$

Détermination de la durée , d

A ce niveau , on cherche à ce que l'iode ne se transforme pas à plus de 10% , ce qui équivaut à une quantité de Tellure qui doit rester inférieure à 10% N_0

Soit **$t = 60$ heures + d avec t tel que $N_{Te} = 0,1\ N_0$**

Détermination de t :

$$\frac{dN_{Te}}{dt} = k_2 N_I \approx k_2 N_0 (1 - exp(-k_1 t)]$$

Approximation grossière : $\frac{dN_{Te}}{dt} \approx k_2 N_0$ d'où $N_{Te} = N_0\ k_2\ t$

A .N . **t = 210 heures et d = 210 – 60 = 150 h**

▪ Transformations nucléaires

•Radioactivité : découverte en 1896 par Henri Becquerel

Emission de différents types de rayonnement lors de la transformation des noyaux instables

Dans la nature, la plupart des noyaux d'atomes sont stables, c'est-à-dire qu'ils restent indéfiniment identiques à eux-mêmes. Les autres sont instables car ils possèdent trop de protons ou de neutrons ou trop des deux. Pour revenir vers un état stable, ils sont obligés de se transformer. Ils expulsent alors de l'énergie – provenant de la modification du noyau – sous forme de rayonnements : c'est le phénomène de radioactivité.

•La transformation spontanée et **irréversible** d'un noyau radioactif en **un autre noyau** est appelée **<u>désintégration</u>**.

Pour un échantillon radioactif , le nombre **de désintégrations de noyaux radioactifs** qui se produisent en son sein par seconde est appelé **<u>activité</u>** , A(t) .

Unité d'activité : le becquerel, Bq ; unité très petite : 1 Bq = 1 désintégration par seconde.

Période ou Temps de demi-vie ($\tau_{1/2}$): temps nécessaire à la désintégration de la moitié d'une population

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = kN(t) \quad \textbf{avec} \quad k = \frac{Ln2}{\tau_{1/2}} \qquad \textbf{et} \quad \mathbf{N\ (t) = N(0)\ exp\ (-\ kt)}$$

N (t) : nombre de noyaux présents à l'instant t

•***<u>Caractéristiques générales d'une transformation nucléaire</u>***

▪Une transformation nucléaire transforme un élément chimique en un autre .

▪Au cours d'une transformation nucléaire il y a **conservation du nombre de masse** (le nombre de nucléons est constant) et la **charge totale reste constante** : ${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z_1}^{A_1}Y_1 + {}_{Z_2}^{A_2}Y_2 + h\nu$ avec A = A1+ A2

▪Les 3 principaux exemples

Radioactivité α	Le noyau se désintègre en émettant un noyau d'hélium	${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y_1 + {}_{2}^{4}He + h\nu$
Radioactivité β^-	Observée pour noyau ayant trop de neutrons Transformation d'un neutron en proton et émission d'un électron ${}_{-1}^{0}e$ ou particule β^-	${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y_1 + {}_{-1}^{0}e + h\nu$
Radioactivité β^+	Observée pour noyau artificiel ayant trop de protons émission d'un positon ${}_{1}^{0}e$ ou particule β^+ Un électron et un positon s'annihilent lorsqu'ils se rencontrent.	${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y_1 + {}_{1}^{0}e + h\nu$