

## CHAPITRE 1

### PERFORMANCES DES SLCI – PRECISION ET RAPIDITE

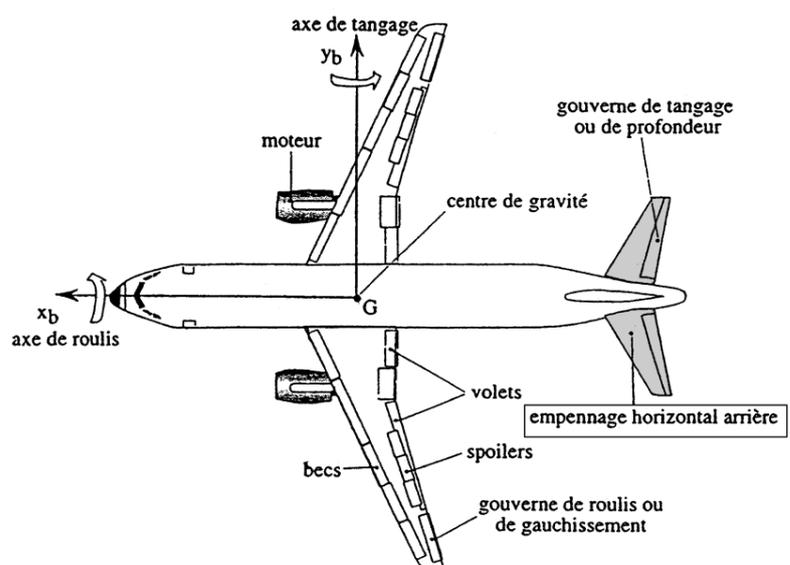
#### 1 EXERCICE 1 : ETUDE DU PLAN HORIZONTAL REGLABLE (PHR) DE L'AIRBUS A340

On s'intéresse à l'asservissement en position angulaire du moteur électrique au système de commande du plan horizontal réglable (PHR) d'un Airbus A340 dont on donne une description fonctionnelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges.



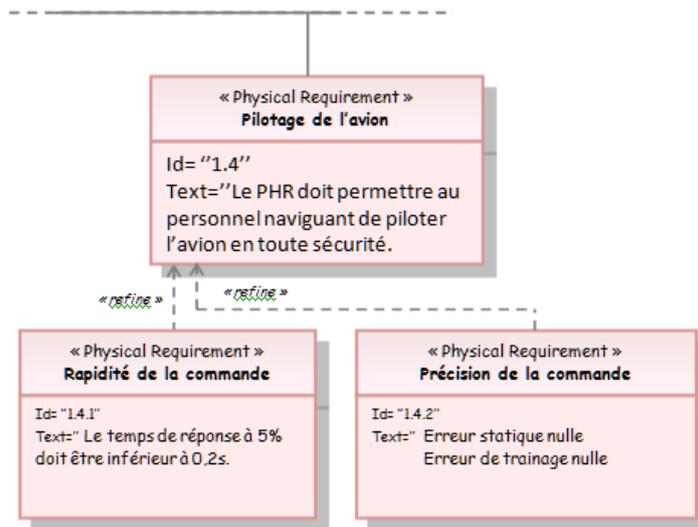
Le PHR est réglé à l'aide des gouvernes de profondeur. On peut montrer que pour une vitesse donnée, il est possible, par réglage du PHR, de réduire la poussée des réacteurs et donc d'économiser du carburant.

Afin de répondre aux exigences de fiabilité qui stipulent, en particulier, que le PHR doit pouvoir fonctionner durant  $10^9$  FH (Fly Hour) sans subir de défaillance, un certain nombre de composants de la chaîne de commande du PHR sont doublés ou triplés suivant les cas.



D'autre part, toujours par souci de sécurité, le PHR peut être commandé :

- soit automatiquement par un ordinateur de bord qui détermine, à partir des paramètres du vol, la valeur optimale de l'angle  $\beta$  que doit prendre les gouvernes de profondeur,
- soit manuellement par le pilote à partir d'un volant de commande situé dans le poste de pilotage et ce en cas de défaillance de la commande automatique du PHR.



La figure 1 présente le schéma de principe de la chaîne d'énergie à partir de la génération de la commande par le calculateur ou le pilote.

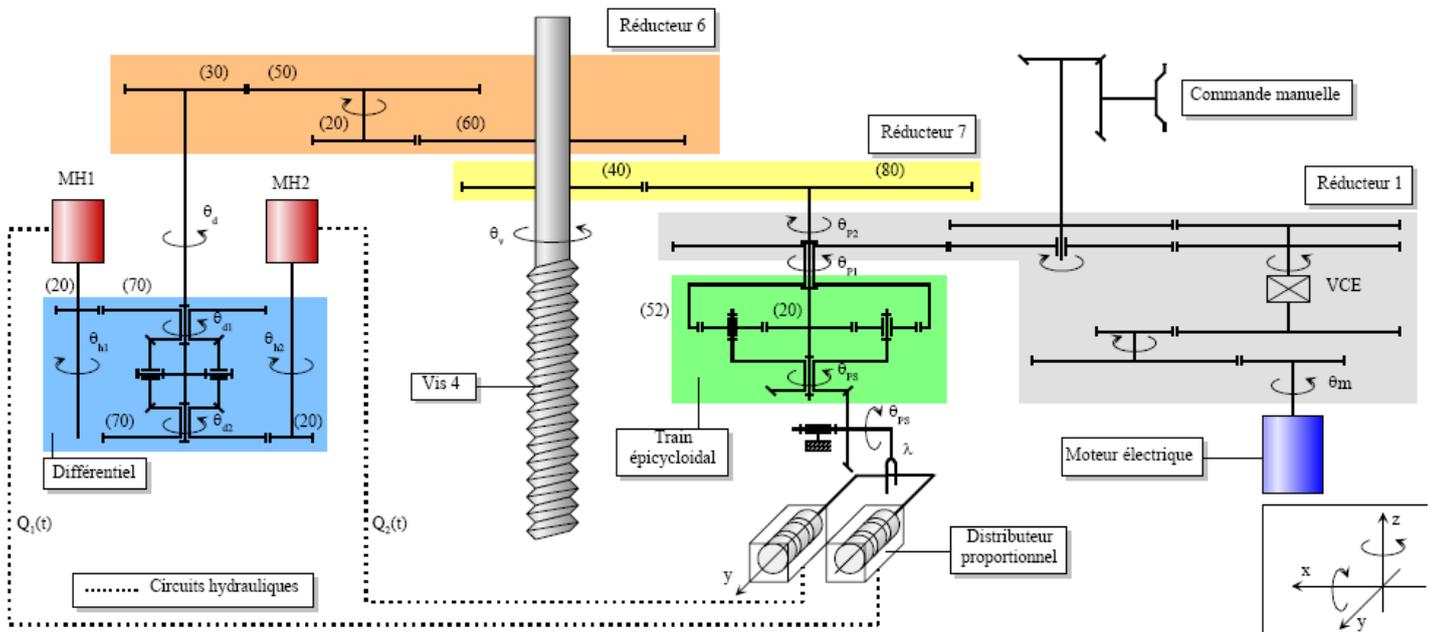


Figure 1

Le calculateur génère une tension de commande qui va alimenter le moteur électrique qui est asservi en position angulaire pour permettre de générer l'angle de consigne initial. Cet angle de consigne initial est adapté à l'aide du réducteur 1. L'angle de sortie du réducteur 1 permet de commander les deux distributeurs proportionnels, qui vont délivrer un débit de fluide hydraulique pour alimenter les deux moteurs hydrauliques. Ces deux moteurs hydrauliques transforment l'énergie hydraulique en énergie mécanique de rotation. Les deux mouvements de rotation ainsi générés sont additionnés à l'aide du différentiel pour créer un seul mouvement de rotation à sa sortie. La sortie du différentiel est reliée au réducteur 6 qui va adapter l'énergie mécanique de puissance pour actionner la vis 4. La vis 4 est reliée à la gouverne de profondeur et permet de commander son angle.

L'angle de rotation de la vis 4 est capté à l'aide du réducteur 7 qui va l'adapter afin d'être comparé à la rotation de commande des distributeurs à l'aide du train épicycloïdal, qui joue ici le rôle d'un comparateur.

La boucle d'asservissement en position angulaire du moteur électrique a pour entrée une tension de consigne  $u_e(t)$  générée par le calculateur. Cette tension est comparée à la tension  $u_r(t)$ , image de l'angle  $\theta_r(t)$ , délivrée par un capteur potentiométrique. L'écart  $\varepsilon_1(t)$  est ensuite corrigé et amplifié par un bloc correcteur + amplificateur et fournit la tension  $u(t)$  aux bornes du moteur électrique. L'angle de rotation  $\theta_m(t)$  en sortie du moteur est réduit par un réducteur 2 pour

donner la rotation  $\theta_r(t)$  mesurée par le capteur. D'autre part, l'angle  $\theta_m(t)$ , est réduit par un réducteur 1 pour fournir un angle de rotation en sortie  $\theta_{P1}(t)$ , sortie de cet asservissement.

**Q.1.** Construire le schéma bloc fonctionnel de cet asservissement.

Le moteur électrique est un moteur à courant continu. On procède à une identification du moteur en le soumettant à un échelon de tension  $U=5V$ , afin de déterminer par un modèle de comportement sa fonction de transfert. On obtient la réponse indicielle (vitesse de rotation  $\omega_m(t)$ ) donnée dans le document réponse 2.

**Q.2.** Identifier la réponse en justifiant le modèle retenu et la (ou les) technique(s) utilisée(s) pour déterminer les paramètres. Les tracés seront laissés apparents sur la figure du document réponse 1.

Pour valider le modèle expérimental, on peut utiliser les équations du moteur à courant continu :

- Equation électrique liant la tension  $u(t)$  aux bornes du moteur et le courant  $i(t)$  le traversant :  $u(t) = e(t) + R.i(t)$ ,
- Equation de couplage électrique liant la tension contre-électromotrice  $e(t)$  à la vitesse de rotation  $\omega_m(t)$  de l'arbre du moteur :  $e(t) = k_e.\omega_m(t)$ ,
- Equation de la mécanique liant la vitesse de rotation  $\omega_m(t)$  et le couple moteur  $C_m(t)$ :  $J_e.\frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t)$ ,
- Equation de couplage mécanique liant le couple moteur au courant :  $C_m(t) = k_a.i(t)$ .

Avec :

- $R$  : la résistance de l'induit  $R = 1 \Omega$
- $J_e$  : inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur  $J_e = 4.10^{-6} \text{ kg.m}^2$
- $k_e$  : constante de force contre électromotrice  $k_e = 0,02 \text{ V/(rad/s)}$
- $k_a$  : constante de couple  $k_a = 0,02 \text{ Nm/A}$

**Q.3.** Déterminer la fonction de transfert  $M(p) = \frac{\theta_m(p)}{U(p)}$  du moteur électrique et montrer qu'elle peut se mettre sous

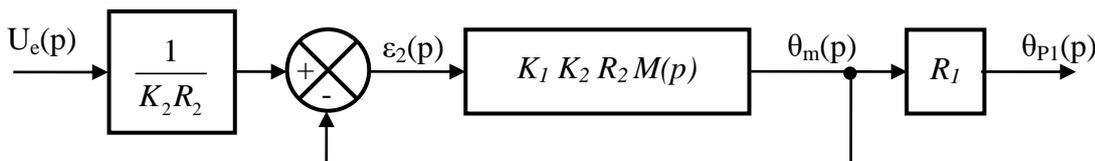
la forme d'un intégrateur  $\frac{1}{p}$  multiplié par une fonction de transfert d'un 1er ordre de gain statique  $K_m$  et de constante de temps  $\tau_m$ .

**Q.4.** Donner les expressions littérales de  $K_m$  et  $\tau_m$ .

**Q.5.** Application numérique : calculer  $K_m$  et  $\tau_m$  en précisant les unités.

La fonction de transfert du correcteur + amplificateur peut être assimilé dans un gain  $K_1$ . La fonction de transfert du réducteur 2 est un gain noté  $R_2$ . La fonction de transfert du réducteur 1 est un gain noté  $R_1$ . La fonction de transfert du capteur potentiométrique est assimilé à un gain noté  $K_2$ .

**Q.6.** Montrer que le schéma bloc peut se mettre sous la forme suivante :



La rapport de transmission du réducteur 1 est  $R_1 = \frac{1}{150}$ .

**Q.7.** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $T(p) = \frac{\theta_m(p)}{\varepsilon_2(p)}$ , la mettre sous la forme

$$T(p) = \frac{K_{BO}}{p.(1 + \tau_m.p)}$$

et en déduire l'expression du gain de boucle  $K_{BO}$ .

**Q.8.** Déterminer la fonction de transfert  $F(p) = \frac{\theta_{p1}(p)}{U_e(p)}$ . Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre. On notera  $K_{BF}$  le gain statique,  $z$  le coefficient d'amortissement et  $\omega_0$  la pulsation propre.

**Q.9.** Donner l'expression littérale de  $K_{BF}$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $K_2$ , de  $z$  et  $\omega_0$  en fonction de  $K_{BO}$  et  $\tau_m$ .

**Q.10.** Déterminer la valeur du gain de boucle  $K_{BO}$  de telle sorte que la réponse à une entrée de type échelon soit la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement.

**Q.11.** Déterminer l'erreur statique du système. Le système est-il précis ? Conclure vis-à-vis du C.d.C.F..

**Q.12.** Déterminer le temps de réponse à 5% du système document réponse 3 et conclure vis-à-vis du C.d.C.F..

On admet que la longueur utile de la vis est  $l = 0,6\text{m}$ . Le pas de la vis est  $p_v = 10\text{mm}$ .

**Q.13.** Déterminer le nombre de tour maximal  $N_v$  que va faire la vis.

La vis est entraînée en rotation par un réducteur dont le rapport de réduction vaut  $\frac{\theta_{p1}}{\theta_v} = \frac{1}{5}$ .

**Q.14.** Déterminer le nombre de tour  $N_{p1}$  que va faire l'arbre d'entrée du réducteur 52.

**Q.15.** En déduire le nombre de tour  $N_m$  que va faire l'arbre du moteur.

Le capteur de position de gain  $K_2$  de la boucle d'asservissement du moteur électrique est un capteur potentiométrique 10 tours dont la tension de sortie varie de -12 à +12 Volts.

**Q.16.** En supposant que l'on utilise le capteur sur toute sa plage (10 tours), déterminer le rapport de réduction  $R_2$  du réducteur reliant la sortie du moteur à l'entrée du potentiomètre.

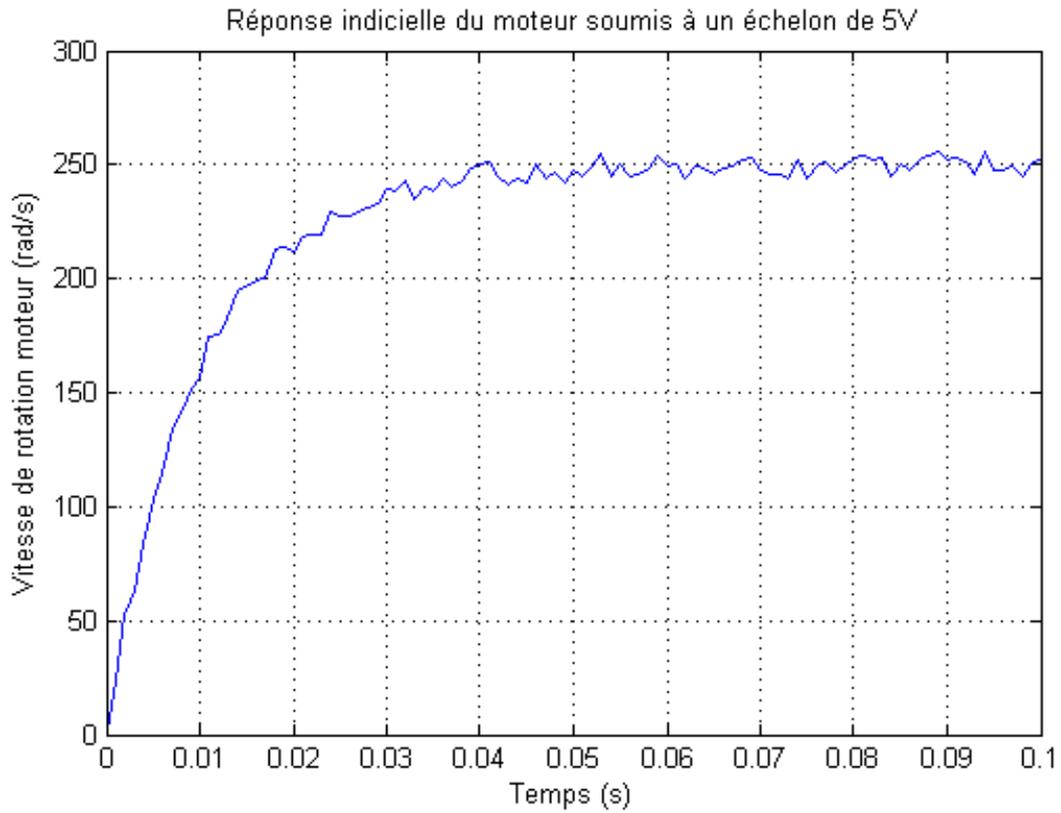
**Q.17.** Déterminer le gain du capteur potentiométrique.

**Q.18.** En déduire le gain  $K_1$  du régulateur connaissant la valeur de  $K_{BO}$  fixée question 11.

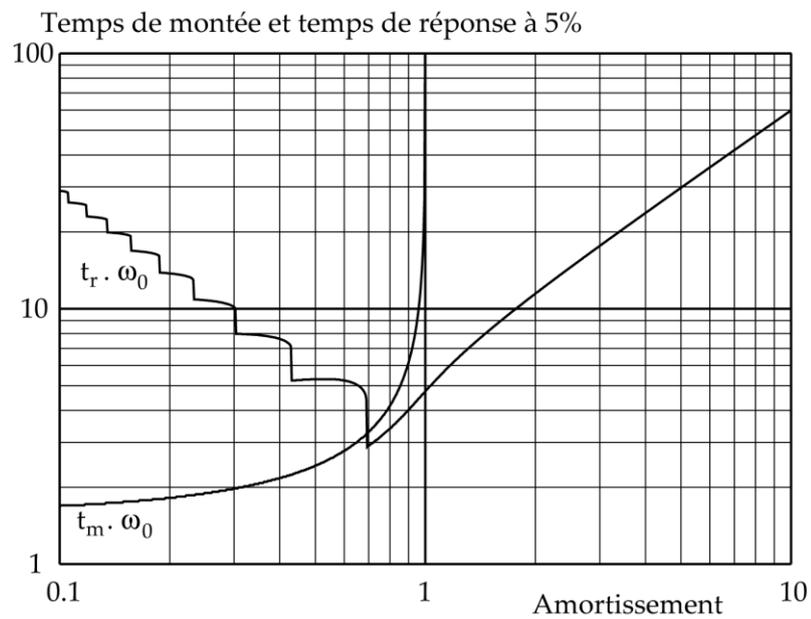
Dans le cas d'une entrée de type rampe  $u_e(t) = t.u(t)$ , le cahier des charges stipule que l'erreur de traînage doit être nulle.

**Q.19.** Déterminer l'erreur de traînage et conclure vis-à-vis du C.d.C.F..

## Document réponse 1.



## Document réponse 3

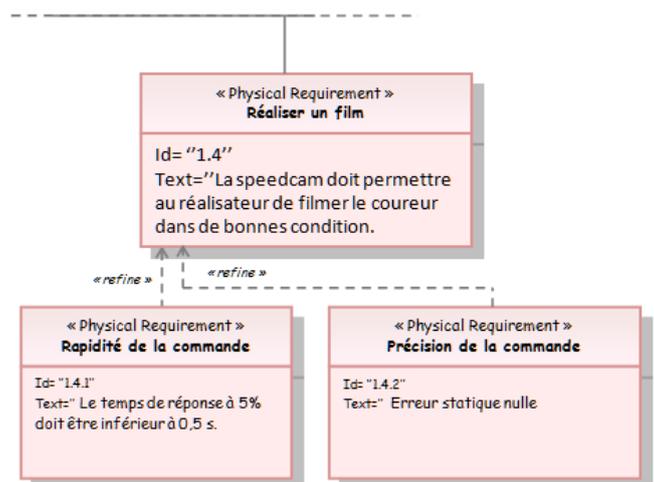


## 2 EXERCICE 2 : CAMERA DE POURSUITE SPEEDCAM

L'étude porte sur la camera de poursuite SPEEDCAM dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel. Cette caméra est notamment utilisée lors des compétitions internationales d'athlétisme pour filmer les coureurs.



Cette caméra, utilisée aux championnats d'athlétisme pour filmer le sprint final des athlètes en tête de la course, est fixée sur un chariot se déplaçant sur un rail. Cette solution technique permet d'atteindre des vitesses supérieures à 15m/s. Un capteur optique embarqué permet de mesurer la position de la camera par rapport au coureur. A partir de cette mesure, un calculateur détermine la consigne de vitesse  $v_c(t)$  nécessaire pour suivre le coureur. Cette consigne  $v_c(t)$  est transmise sous forme de tension de commande  $u_c(t)$  à l'asservissement du chariot grâce à un adaptateur (Gain :  $K$ ). Le chariot est actionné par un moteur électrique piloté par sa tension d'entrée  $u_m(t)$ . Cette tension est obtenue à l'aide d'un amplificateur (Gain :  $K_A = 200$ ). Un capteur de vitesse mesure la vitesse  $v(t)$  et renvoie une information de tension  $u_e(t)$  proportionnelle à la vitesse  $v(t)$  (Gain :  $J = 0,3 \text{ V.s/m}$ ). Le chariot est asservi en vitesse.

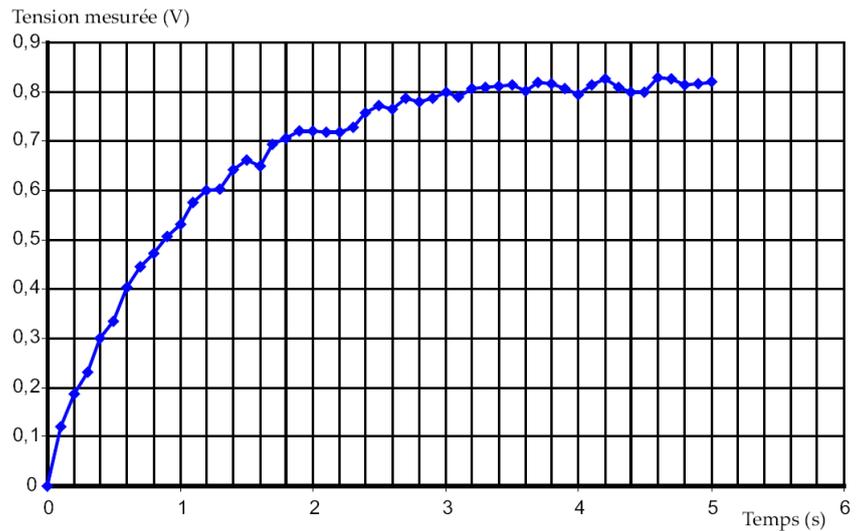


**Q.1.** A partir de la description structurelle ci-dessus, réaliser le schéma-bloc du système. Définir les fonctions de transfert pour chacun des blocs ainsi que les grandeurs d'entrée et de sortie de chaque bloc (On notera la fonction de transfert du chariot  $H(p)$ ).

**Q.2.** Déterminer l'expression littérale du gain d'adaptation  $K$  de façon à annuler l'écart  $\varepsilon(t)$  quand la vitesse du chariot et la vitesse de consigne sont égales.

Le modèle de connaissance du chariot est relativement complexe, ce qui ne permet pas de donner a priori un modèle de comportement  $H(p)$  comme pour le capteur de vitesse ou l'amplificateur. Afin de modéliser son comportement, on choisit de faire une mesure et de proposer un modèle simple représentatif. La courbe montre la réponse obtenue par le capteur de vitesse lorsqu'un échelon de tension  $u_m(t) = u_0.u(t)$  (avec  $u_0 = 70 \text{ V}$ ) est appliqué en entrée.

**Q.3.** Proposer par identification un modèle de comportement pour modéliser le comportement du chariot. Déterminer les paramètres de ce modèle.



On cherche maintenant à caractériser les performances du système asservi.

**Q.4.** Déterminer la fonction de transfert  $\frac{V(p)}{V_c(p)}$  du chariot asservi. La mettre sous forme canonique.

**Q.5.** Déterminer si le système est stable.

**Q.6.** Evaluer la rapidité du système.

**Q.7.** Calculer l'erreur et vérifier le critère de précision du C.d.C.F..

Pour améliorer la précision une solution simple consisterait à ajouter un intégrateur dans la chaîne directe en amont de l'amplificateur par l'intermédiaire d'un correcteur intégral  $1/p$ .

**Q.8.** Déterminer la fonction de transfert  $\frac{V(p)}{V_c(p)}$  du chariot asservi avec correcteur.

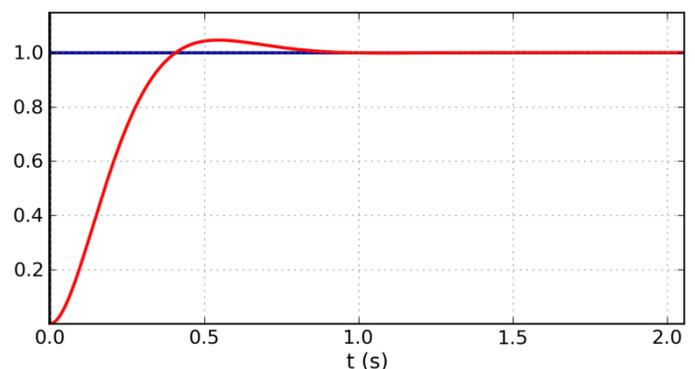
**Q.9.** Déterminer si le système corrigé est stable.

**Q.10.** Evaluer la performance en précision du système corrigé. Conclure vis-à-vis du C.d.C.F..

**Q.11.** Déterminer le gain  $K_A$  qui permet d'avoir le système le plus rapide possible. Calculer le temps de réponse à 5% du système corrigé et conclure vis-à-vis du C.d.C.F..

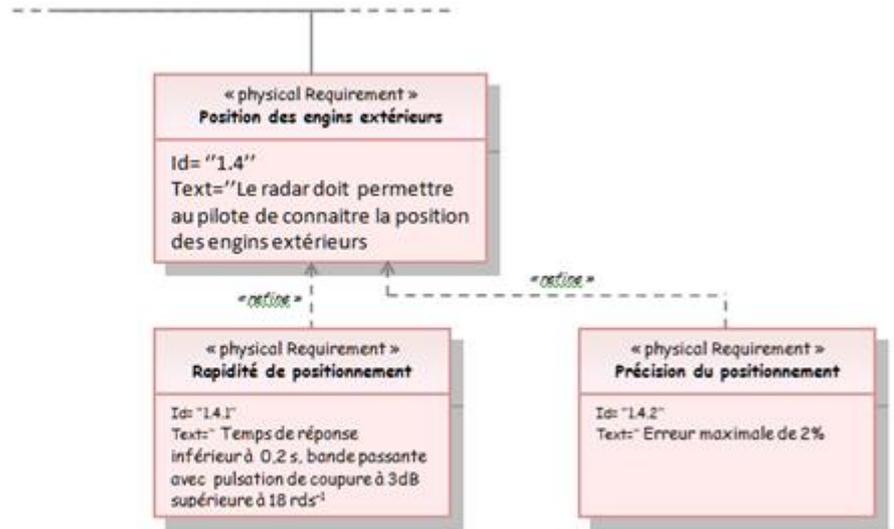
On constate que le système ne satisfait toujours pas le critère de rapidité du C.d.C.F.. En fait la correction du système n'est pas aussi simple que l'ajout d'un intégrateur. L'asservissement est plus complexe car il faut réaliser, en plus de la boucle d'asservissement en vitesse, une boucle d'asservissement en position. On donne la réponse indicielle du système correctement corrigé.

**Q.12.** Conclure quant aux performances du système vis-à-vis du C.d.C.F..



### 3 EXERCICE 3 : RADAR D'AVION

Le support d'étude est un radar d'avion. Il permet au pilote de connaître la position des engins extérieurs (avions, hélicoptères, bateaux, ...). L'objectif de cette étude est de vérifier les performances de la fonction FS1, décrites dans le cahier des charges de ce système.



On réalise un asservissement de position angulaire du radar d'avion : l'angle souhaité est  $\theta_c(t)$ , l'angle réel du radar est  $\theta_r(t)$ . La différence des deux angles est transformée en une tension  $u_m(t)$ , selon la loi  $u_m(t) = A.(\theta_c(t) - \theta_r(t))$ . La tension  $u_m(t)$  engendre, via un moteur de fonction de transfert  $H_m(t)$ , une vitesse angulaire  $\omega_m(t)$ . Cette vitesse angulaire est réduite grâce à un réducteur de vitesse, selon la relation  $\omega_r(t) = B. \omega_m(t)$  ( $B < 1$ ),  $\omega_r(t)$  étant la vitesse angulaire du radar.

On donne la relation  $\omega_r(t) = \frac{d}{dt} \theta_r(t)$ .

**Q.1.** Réaliser le schéma-bloc du système.

Les équations du moteur à courant continu, qui est utilisé dans la motorisation, sont les suivantes :

$$u_m(t) = e(t) + R.i(t) \quad e(t) = k_e.\omega_m(t) \quad J.\frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \quad C_m(t) = k_m.i(t)$$

Avec :  $u(t)$  : tension aux bornes du moteur (en V) (entrée du moteur)

$e(t)$  : force contre-électromotrice (en V)

$i(t)$  : intensité (en A)

$\omega_m(t)$  : vitesse de rotation du moteur (en rad/s)

$C_m(t)$  : couple moteur (en N.m) (un couple est une action mécanique qui tend à faire tourner)

$J$  : inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur (en kg.m<sup>2</sup>)

$R$  : résistance électrique du moteur

$k_e$  : constante de force contre-électromotrice

$k_m$  : constante de couple

**Q.2.** Déterminer la fonction de transfert  $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ .

**Q.3.** Montrer que  $H_m(p)$  peut se mettre sous la forme canonique  $H_m(p) = \frac{K_m}{1 + T_m.p}$  et déterminer les valeurs

littérales de  $K_m$  et  $T_m$ .

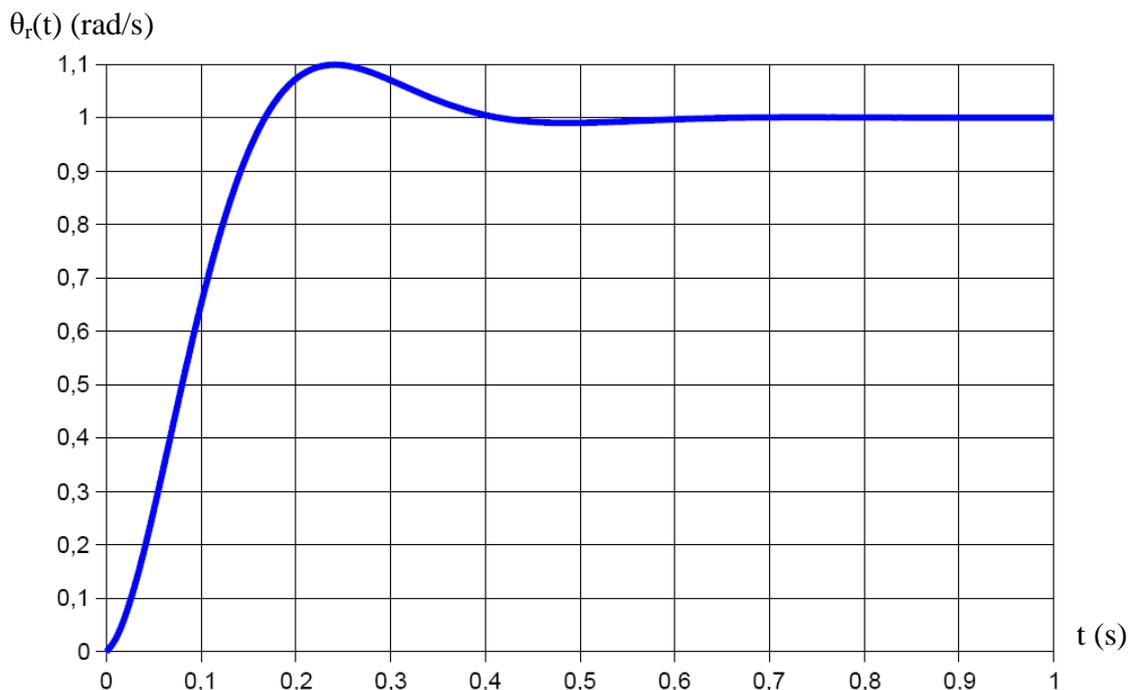
**Q.4.** Déterminer  $\omega_m(t)$  lorsque  $u_m(t)$  est un échelon de tension d'amplitude  $u_0$ . Exprimer le résultat en fonction de  $K_m$ ,  $T_m$  et  $u_0$ . Préciser la valeur de  $\omega_m(t)$  à l'origine, la pente de la tangente à l'origine de  $\omega_m(t)$  et la valeur finale atteinte par  $\omega_m(t)$  quand  $t$  tend vers l'infini.

**Q.5.** Déterminer la fonction de transfert  $H(p) = \frac{\theta_r(p)}{\theta_c(p)}$ . Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme

$$\frac{K}{\left(1 + \frac{2z}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2\right)}$$

. Déterminer les constantes K, z et  $\omega_0$  en fonction de  $K_m$ ,  $T_m$ , A et B.

La réponse indicielle de H(p) à un échelon unitaire est donnée sur la figure suivante :



**Q.6.** Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, les valeurs numériques de K, z et  $\omega_0$ .

Sans préjuger du résultat trouvé dans la question précédente, on prendra, pour la suite :

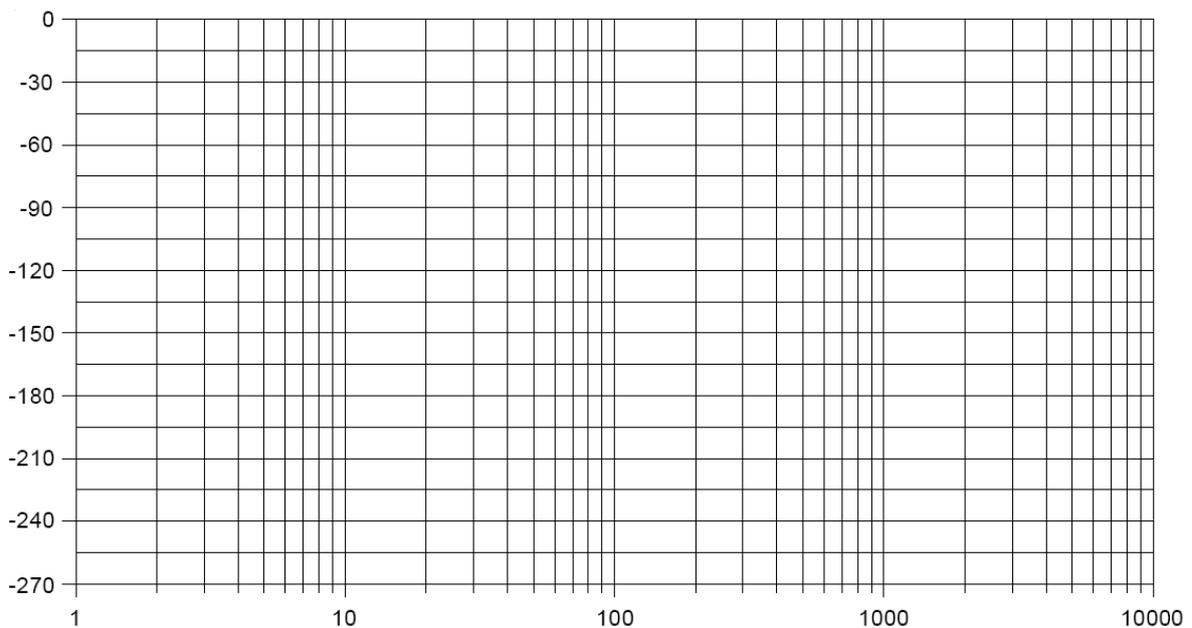
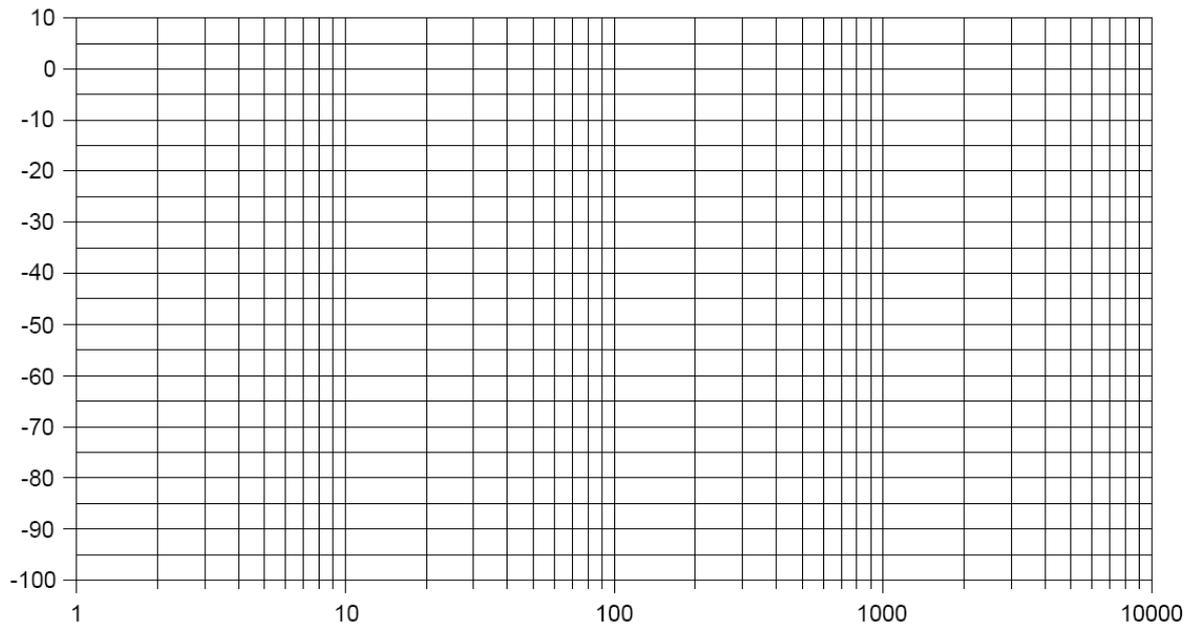
$$K = 1, z = 0,5 \text{ et } \omega_0 = 15 \text{ rad/s.}$$

**Q.7.** Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, le temps de réponse à 5%. Conclure quant la capacité du radar à vérifier le critère de rapidité..

On améliore la performance du radar en ajoutant un composant électronique (un correcteur) entre l'amplificateur et le moteur. La nouvelle fonction de transfert est :

$$H(p) = \frac{1}{(1 + 0,05.p)(1 + 0,0005.p)(1 + 0,002.p)}$$

**Q.8.** Tracer le diagramme de Bode asymptotique (en gain et en phase) de cette fonction de transfert, en expliquant la démarche utilisée.



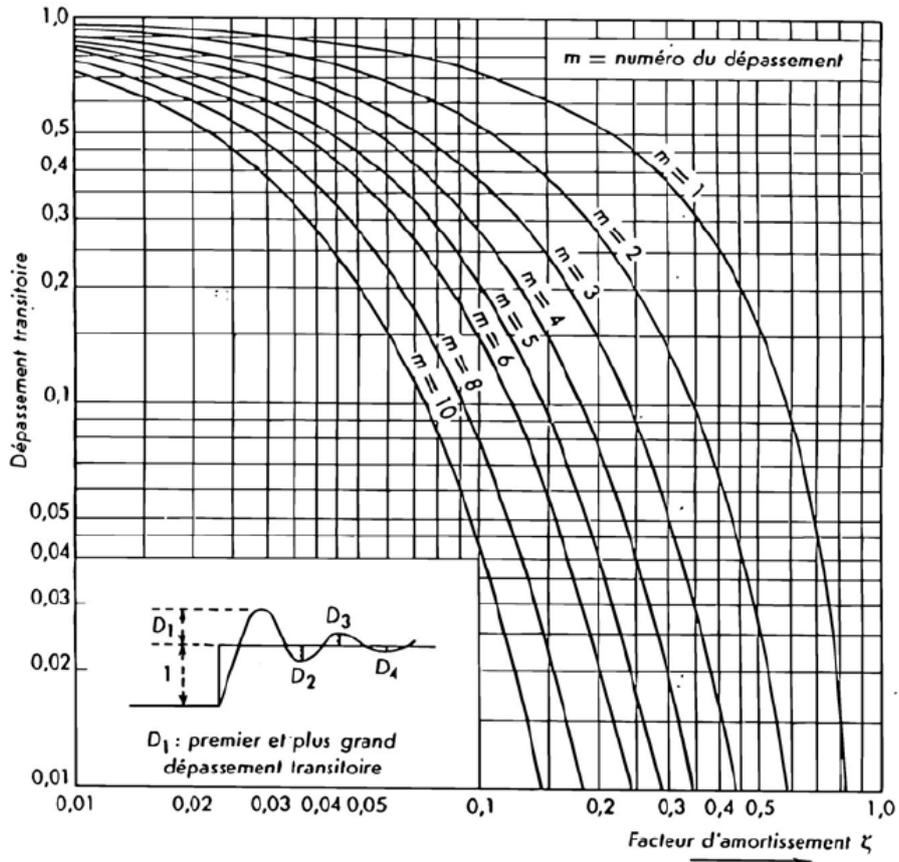
**Q.9.** Déterminer  $G$  et  $\phi$  pour  $\omega = 10$  rad/s.

**Q.10.** Déterminer, en régime permanent,  $\theta_r(t)$  pour une entrée  $\theta_c(t) = 0,2 \cdot \sin(10t)$ .

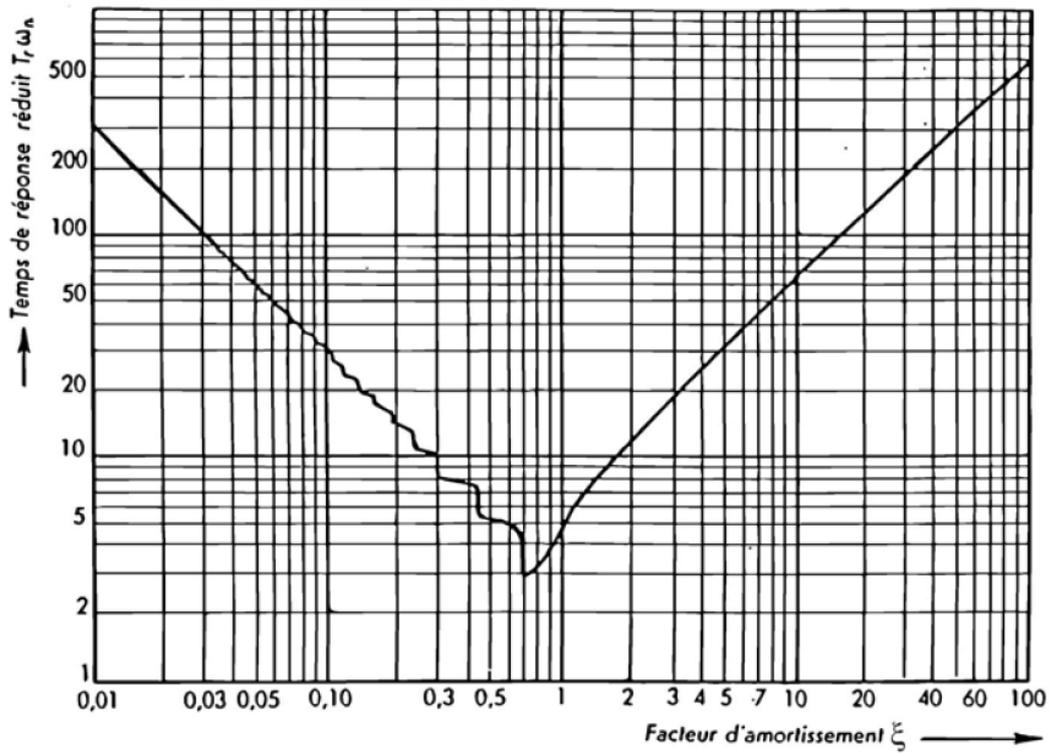
Pour  $\omega < 20$  rad/s, on a  $H(p) \approx \frac{1}{(1 + 0,05 \cdot p)}$

**Q.11.** Déterminer, sur cette approximation, la pulsation de coupure à -3 dB. Conclure quant à la capacité du radar à satisfaire le critère de bande passante de la fonction FS1.

**Q.12.** Déterminer, sur cette approximation, le temps de réponse à 5% du système. Conclure quant à la capacité du radar à satisfaire le critère de rapidité de la fonction FS1.



Annexe 1.

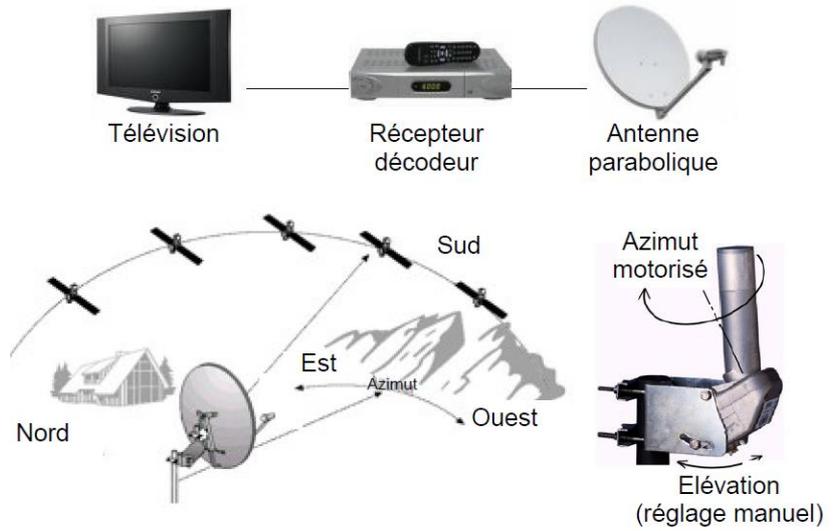


Annexe 2.

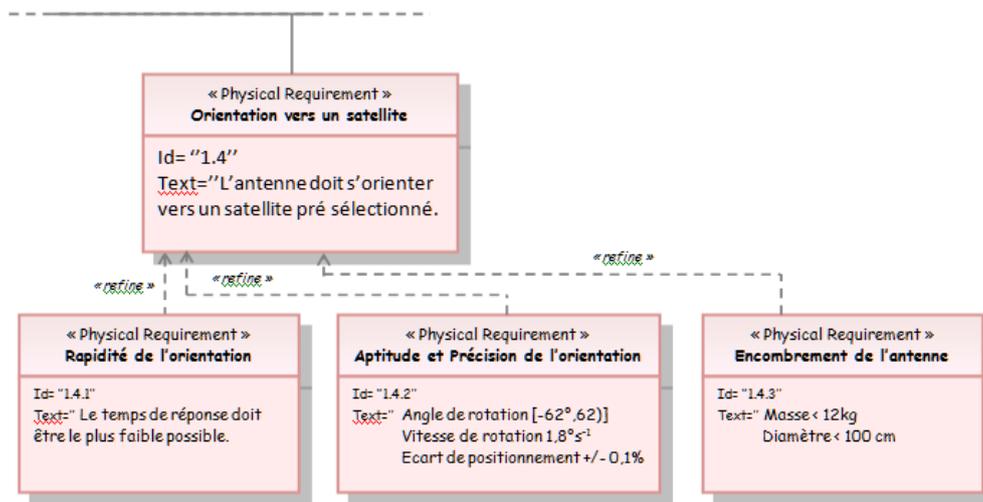
### 4 EXERCICE 4 : ETUDE D'UNE ANTENNE PARABOLIQUE

La réception de chaînes de télévision par satellite nécessite un récepteur / décodeur et une antenne parabolique.

Pour augmenter le nombre de chaînes reçues, l'antenne doit pouvoir s'orienter vers un plusieurs satellites différents. Le satellite choisi dépend de la chaîne demandée. Tous les satellites de radiodiffusion sont situés sur l'orbite géostationnaire à 36000 km au dessus de l'équateur. Le réglage de l'orientation l'antenne ne nécessite donc qu'une seule rotation, autour d'un axe appelé axe d'azimut. Le cahier des charges partiel à satisfaire est fourni sur le diagramme pieuvre suivant :

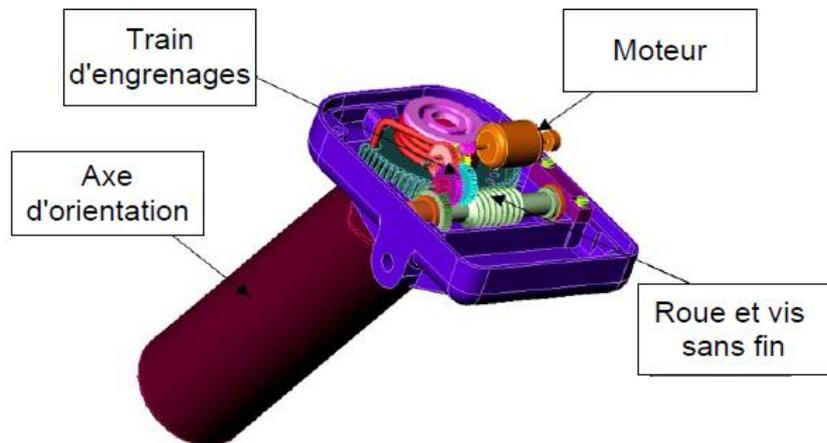


L'objectif de ce problème est la validation partielle des critères de la fonction FS1 du cahier des charges.



L'axe d'orientation d'azimut utilise un dispositif de réduction de vitesse (engrenages et roue et vis sans fin). Si on note  $\omega_a(t)$  la vitesse de rotation de l'axe d'orientation et  $\omega_m(t)$  la vitesse de rotation du moteur, on a la relation suivante :

$$\frac{\omega_a(t)}{\omega_m(t)} = \frac{1}{N} = \frac{1}{23328}$$



Les équations du moteur à courant continu, qui est utilisé dans la motorisation, sont les suivantes :

$$u_m(t) = e_m(t) + R_m \cdot i_m(t) + L_m \cdot \frac{d i_m(t)}{dt} \quad e_m(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \quad J_m \cdot \frac{d \omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \quad C_m(t) = K_c \cdot i_m(t)$$

Avec :  $u_m(t)$  : tension aux bornes du moteur (en V)

$e_m(t)$  : force contre-électromotrice (en V)

$i_m(t)$  : intensité (en A)

$\omega_m(t)$  : vitesse de rotation du moteur (en rad/s)

$C_m(t)$  : couple moteur (en N.m) (un couple est une action mécanique qui tend à faire tourner)

$J_m$  : inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur (en kg.m<sup>2</sup>)

$R_m$  : résistance électrique du moteur (9,1  $\Omega$ )

$L_m$  : inductance du moteur

$K_e$  : constante de force contre-électromotrice (0,022 V.rad<sup>-1</sup>.s)

$K_c$  : constante de couple (0,022 N.m.A<sup>-1</sup>)

**Q.1.** Exprimer ces équations dans le domaine de Laplace. Toutes les conditions initiales seront nulles, et considérées comme telles dans la suite de l'exercice.

**Q.2.** Réaliser le schéma-bloc du moteur.

**Q.3.** Déterminer la fonction de transfert  $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ . Montrer que H(p) peut se mettre sous la forme canonique

$$H(p) = \frac{K}{\left(1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2\right)} \quad \text{et déterminer les valeurs littérales } K, z \text{ et } \omega_0 \text{ en fonction des constantes fournies.}$$

On note  $\tau_e = \frac{L_m}{R_m}$  la constante de temps électrique du moteur, et  $\tau_m = \frac{R_m \cdot J_m}{K_e \cdot K_c}$ . On suppose que le temps d'établissement du courant est bien inférieur au temps de mise en mouvement de toute la mécanique, ce qui revient à dire que  $\tau_e \ll \tau_m$ .

**Q.4.** Montrer alors que la fonction de transfert du moteur peut s'écrire  $H(p) \approx \frac{K}{(1 + \tau_e \cdot p) \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$ .

**Q.5.** Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode du moteur sur le document réponse 1 en annexe. Les courbes correspondent au diagramme de Bode obtenu expérimentalement. Préciser sur ces diagrammes l'ensemble des caractéristiques (pulsations caractéristiques, pentes caractéristiques, valeurs numériques caractéristiques) connues à ce stade.

**Q.6.** Déterminer  $J_m$  et  $L_m$ . Justifier a posteriori que  $\tau_e \ll \tau_m$ .

On soumet le moteur à un échelon de tension d'amplitude  $U_0$  :  $u_m(t) = U_0 \cdot u(t)$ .

**Q.7.** Justifier que la fonction  $\omega_m(t)$  aura une tangente à l'origine horizontale.

Grâce à la propriété  $\tau_e \ll \tau_m$ , on approxime, dans toute la suite, la fonction H(p) par  $\frac{K}{(1 + \tau_m \cdot p)}$ .

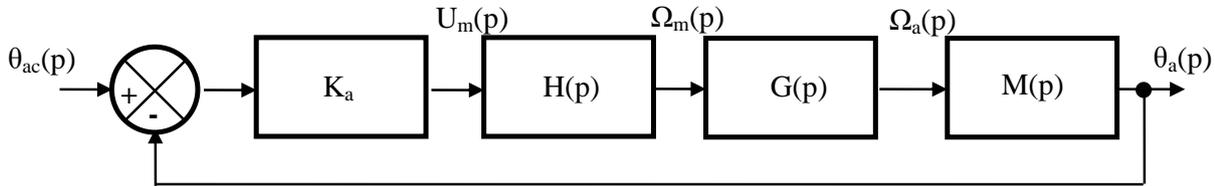
**Q.8.** Déterminer l'expression analytique de  $\omega_m(t)$ , en fonction de K,  $\tau_m$  et  $U_0$ .

Indépendamment des résultats précédents, on prend pour la suite  $\tau_m = 0,012$  s et  $K = 45 \text{rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ . La tension nominale d'utilisation est  $U_0 = 18\text{V}$ .

**Q.9.** Montrer que le moteur n'exède pas sa valeur limite de rotation, qui est de 8000 tr/min.

La chaîne d'asservissement complète est donnée sur le schéma bloc suivant ( $\theta_{ac}$  est l'angle consigne que l'on souhaite

faire prendre à l'antenne ;  $\theta_a$  réel de l'antenne, défini par  $\omega_a(t) = \frac{d\theta_a(t)}{dt}$  ;  $K_a$  est un gain constant).

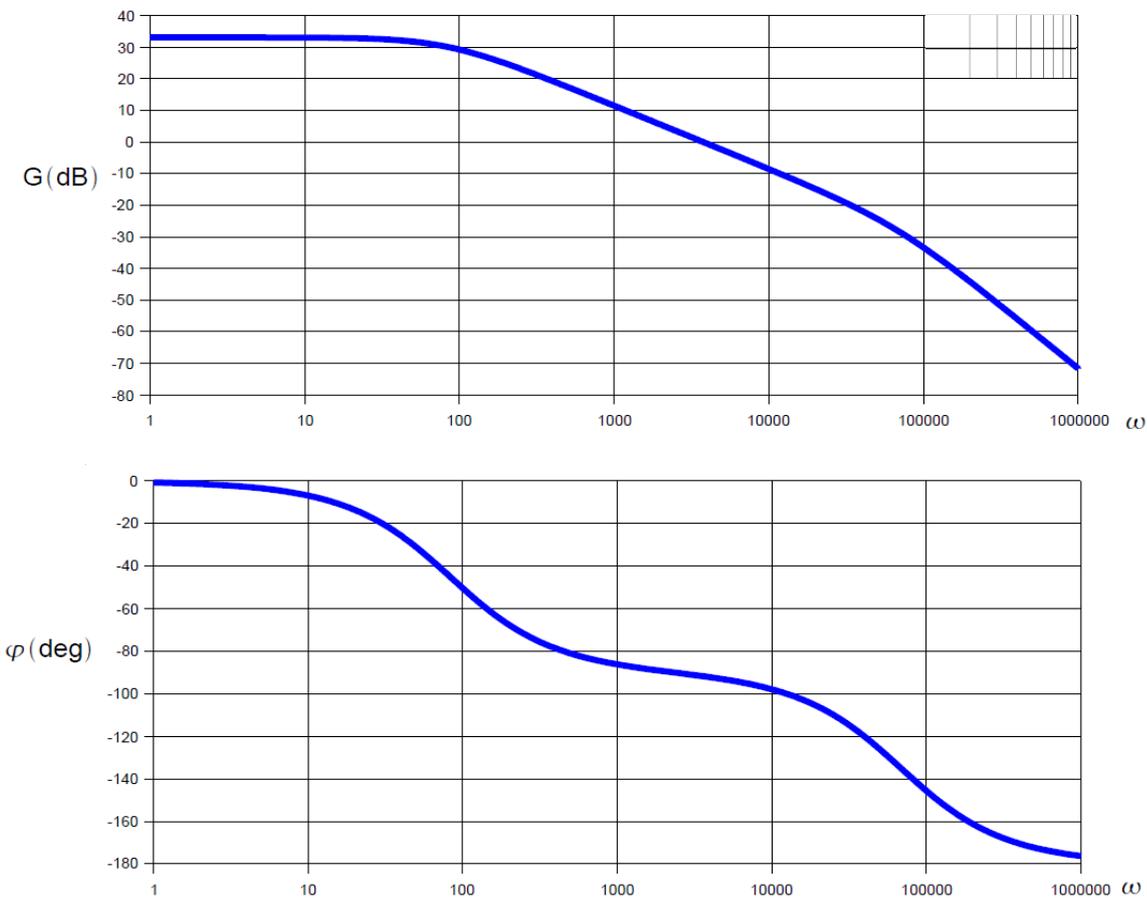


**Q.10.** Déterminer l'expression de  $G(p)$  et  $M(p)$ .

**Q.11.** Déterminer la fonction de transfert  $\frac{\theta_a(p)}{\theta_{ac}(p)}$ , montrer que c'est une fonction du 2<sup>ème</sup> ordre, et déterminer l'expression littérale de son gain  $K_T$ , de son coefficient d'amortissement  $z_T$  et de sa pulsation propre non amortie  $\omega_{0T}$ .

**Q.12.** Montrer que le système vérifie le critère d'écart de positionnement du cahier des charges.

**Q.13.** Déterminer  $K_a$  pour que le système puisse satisfaire le critère de temps de réponse du cahier des charges.



Annexe 1 – Document réponse 1.

## 5 EXERCICE 5 : ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT EN POSITION ANGULAIRE DU DOSSERET D'UN FAUTEUIL DYNAMIQUE POUR SIMULATEUR DE VOL

On s'intéresse à un fauteuil dynamique utilisé dans les simulateurs de vol militaires pour l'entraînement des pilotes d'avion de chasse.

Le siège dynamique est constitué d'une structure fixe (châssis) sur laquelle on ajoute 2 parties mobiles :

- un dossier (voir figure 1) qui permet d'agir directement sur la tête du pilote afin d'amplifier la sensation d'accélération via l'oreille interne. Le point de contact entre le dossier et la tête du pilote est matérialisée par le point D ;
- une assise du siège (voir figure 2) qui permet d'obtenir deux mouvements de rotation permettant de simuler le mouvement de tangage et le mouvement de roulis sur le pilote.

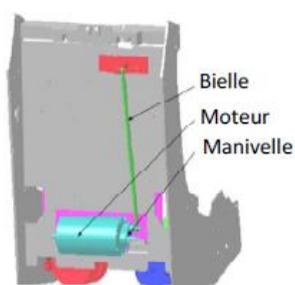


Figure 1 - Dossier

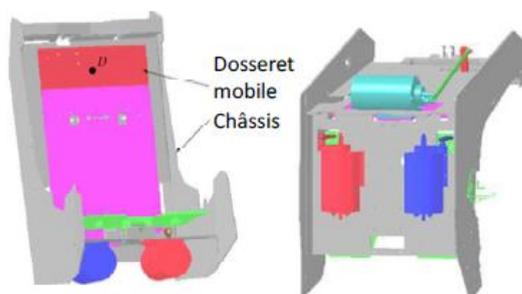
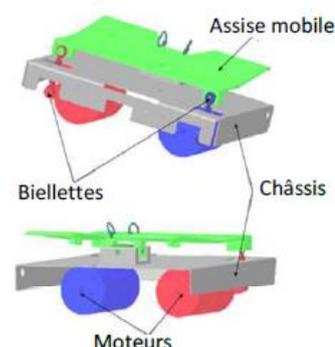


Figure 2 - Assise mobile du siège



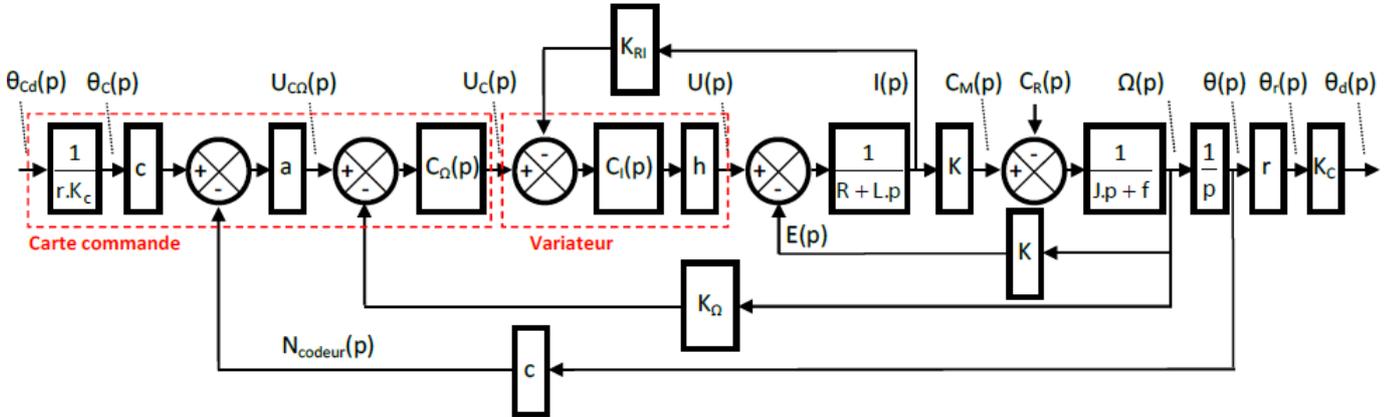
On s'intéresse plus particulièrement dans ce sujet à l'asservissement en position du dossier de ce siège dynamique dont on donne une modélisation en schéma bloc figure 3, ainsi qu'un extrait partiel de cahier des charges fonctionnel.

| Exigence  | Critères  | Niveaux |
|---|---|---------|
| Le système doit simuler les sensations d'accélération correspondant aux conditions de vol sur le simulateur | Précision statique de la boucle d'asservissement de position                                      |         |
|   | Erreur statique en position   | < 1%    |
|   | Erreur statique en vitesse  | < 1%    |
|   | Erreur statique en accélération   | < 1%    |
|   | Rapidité de la boucle d'asservissement de position pour un échelon de consigne d'accélération     |         |
|   | Temps de montée de 0 à 100% de la consigne  | < 5ms   |
|   | 1er dépassement la boucle d'asservissement de position pour un échelon de consigne d'accélération | < 20%   |

Le dossier du fauteuil est mis en mouvement grâce à un moto-réducteur à courant continu couplé à un système de transformation de mouvement à barres articulées de type bielle/manivelle. L'énergie électrique d'alimentation est modulée pour le moteur par un variateur de vitesse de type hacheur. Un capteur de courant interne au variateur est utilisé pour réaliser une boucle d'asservissement en courant. Une génératrice tachymétrique accouplée à l'arbre moteur permet de mesurer la vitesse angulaire de rotation de l'arbre moteur. Un codeur incrémental accouplé aussi sur l'axe du moteur permet de mesurer la position angulaire de l'arbre moteur. Les informations délivrées par ces 2 capteurs sont ensuite utilisées par une carte de commande à base de microcontrôleur afin de réaliser un asservissement de vitesse et un asservissement de position. La carte de commande élabore à partir de la commande et des informations reçues la commande du variateur de vitesse.

**Hypothèses :**

- La période d'échantillonnage est suffisamment faible pour être négligeable devant la dynamique globale du système par conséquent toutes les variables du modèle sont considérées comme des fonctions analogiques.
- Le temps de réponse du hacheur est considéré négligeable dans l'étude.
- Les conditions de Heaviside sont vérifiées (conditions initiales nulles).



|                  |   |                     |
|------------------|---|---------------------|
| $\theta_{cd}(p)$ | Angle consigne de position du dossieret                 | rad                 |
| $\theta_c(p)$    | Angle consigne de position de l'axe moteur              | rad                 |
| $\theta(p)$      | Angle position de l'axe moteur                          | rad                 |
| $\theta_r(p)$    | Angle position de l'axe de sortie du réducteur          | rad                 |
| $\theta_d(p)$    | Angle position du dossieret                             | rad                 |
| $\Omega(p)$      | Vitesse angulaire de l'axe moteur                       | rad.s <sup>-1</sup> |
| $N_{codeur}(p)$  | Image de l'angle mesuré                                 | points              |
| $U_{cc}(p)$      | Tension image de la consigne de vitesse de l'axe moteur | V                   |
| $U_c(p)$         | Tension Image de la consigne de courant                 | V                   |
| $U(p)$           | Tension d'alimentation du moteur                        | V                   |
| $E(p)$           | Force électromotrice du moteur                          | V                   |
| $I(p)$           | Courant dans l'induit du moteur                         | A                   |
| $C_M(p)$         | Couple moteur   | N.m                 |
| $C_R(p)$         | Couple résistant perturbateur                           | N.m                 |

**Figure 3** - Schéma bloc fonctionnel de l'asservissement en position angulaire du dossieret.

|               |  |   |
|---------------|--|---|
| $C_\Omega(p)$ | Fonction de transfert du correcteur de l'asservissement de vitesse | $C_\Omega(p) = k_1 \left(1 + \frac{1}{T_1 \cdot p}\right)$ avec $k_1 = 20$              |
| $C_I(p)$      | Fonction de transfert du correcteur de l'asservissement de courant | $C_I(p) = k_2 \left(1 + \frac{1}{T_2 \cdot p}\right)$ avec $k_2 = 5$ et $T_2 = 0,003$ s |

|            |   |  |
|------------|---|--|
| L          | Inductance du circuit d'induit du moteur                                    | L = 1,1 mH                                     |
| R          | Résistance du circuit d'induit du moteur                                    | R = 1 Ω  |
| $K_\Omega$ | Gain de la génératrice tachymétrique  |  |
| K          | Gain de la constante de couple ou de la constante de force électromotrice   | K = 0,115 USI                                  |
| J          | Inertie équivalente de l'ensemble en mouvement ramené sur l'axe moteur      | J = 0,16.10 <sup>-3</sup> Kg.m <sup>2</sup>    |
| f          | Coefficient de frottements visqueux équivalent pour l'ensemble en mouvement | f = 4.10 <sup>-4</sup> N.m.s.rad <sup>-1</sup> |
| r          | Rapport de transmission du réducteur  | r = 1/50                                       |
| $K_c$      | Gain du mécanisme de la transformation de mouvement du dossieret            |  |
| c          | Gain du codeur incrémental  | 250 points/tour                                |
| a          | Gain proportionnel du correcteur de l'asservissement de position            | V/point  |
| h          | Gain du hacheur   | h = 6  |
| $K_{RI}$   | Gain du capteur de courant  | $K_{RI} = 0,5$ V.A <sup>-1</sup>               |

**1. Détermination des fonctions de transfert manquantes**

**1.1. Loi entrée sortie du système de transformation de mouvement**

La transformation du mouvement est assurée par un système à barres articulées dont on donne le modèle sous forme de schéma cinématique figure 4.

**Données :**

$$\vec{OA} = e.\vec{x}_2 ; \vec{AB} = L.\vec{y}_3 ; \vec{BC} = d.\vec{x}_4 ; \vec{OC} = a.\vec{x}_1 + b.\vec{y}_1 ; \vec{CD} = q.\vec{y}_4'$$

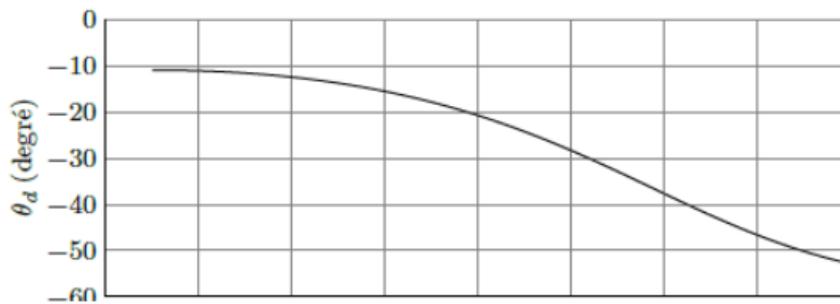
$$\theta_r = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) ; \theta_3 = (\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) ; \theta_d = (\vec{x}_1, \vec{x}_4) = (\vec{y}_1, \vec{y}_4)$$

**Q.1.** Poser les figures géométrales utiles puis écrire la relation vectorielle correspondant à la fermeture géométrique de la chaîne cinématique OABC. Exprimer littéralement l'angle  $\theta_d$  en fonction de l'angle  $\theta_r$  et montrer que l'expression obtenue peut se mettre sous la forme :

$$\cos\theta_d(E + F.\cos\theta_r) + \sin\theta_d(G + F.\sin\theta_r) = H + I.\cos\theta_r + J.\sin\theta_r$$

Où E, F, G, H, I et J sont des constantes à déterminer.

Une simulation numérique a permis d'obtenir le tracé  $\theta_d = f(\theta_r)$  représenté sur la courbe ci dessous. Afin d'obtenir un modèle linéaire de la caractéristique, l'étude se fait autour de son point de fonctionnement statique pour de petites variations.



**Q.2.** Déterminer par linéarisation autour du point de fonctionnement  $\theta_r=0^\circ$  la valeur numérique du gain dynamique  $K_c$  qui permet de modéliser la loi entrée sortie du système de transformation de mouvement du dossieret.

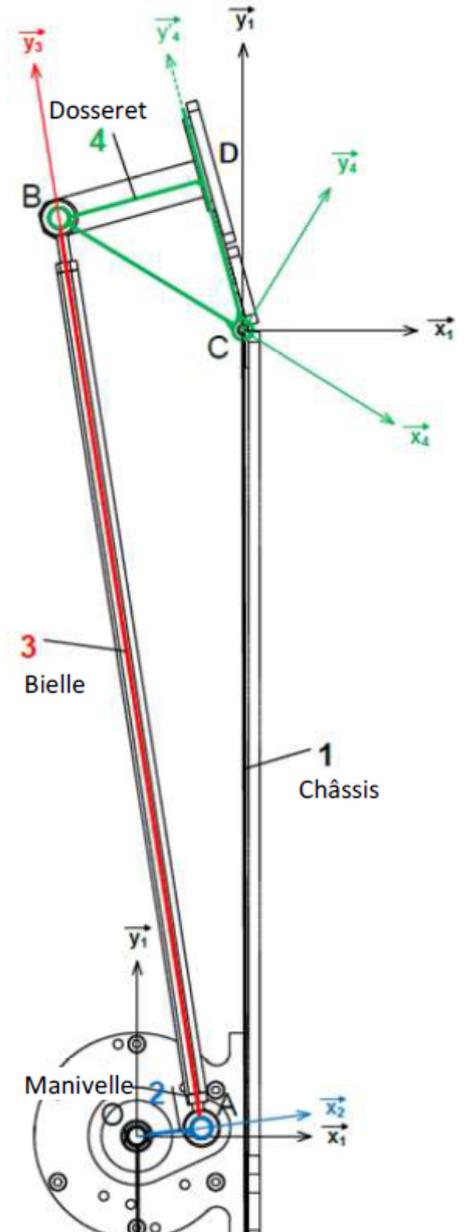


Figure 4

**1.2. Fonction de transfert des capteurs du système**

On rappelle que sur l'arbre moteur sont montés une génératrice tachymétrique et un codeur incrémental 250 points/tour. Le comptage incrémental est effectué sur le front montant d'une des deux voies. La génératrice tachymétrique est raccordée à l'entrée de retour vitesse du variateur. Un réglage par potentiomètre présent dans le variateur est effectué pour obtenir une tension de 5 V au niveau du comparateur de l'asservissement de vitesse lorsque la fréquence de rotation du moteur est égale à 3000 tr/min.

**Q 3.** En tenant compte des informations précédentes, déterminer le gain  $K_D$  de la génératrice tachymétrique et le gain c du codeur incrémental à implémenter dans le modèle.

**2. Analyse du comportement temporel de l'ensemble variateur + moteur**

L'étude suivante consiste à vérifier la validité de la simplification faite au niveau de la modélisation de la boucle d'asservissement de courant qui permet de simplifier le modèle de la figure 5 par le modèle de la figure 6.

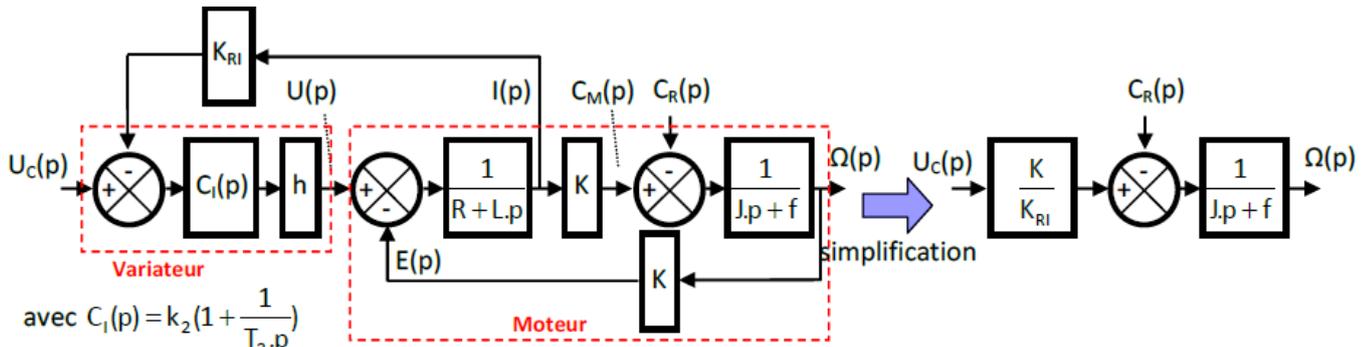


Figure 5 - Schéma bloc initial

Figure 6 - Schéma bloc simplifié

Q.4. Pour  $C_R(p) = 0$ , compléter le document réponse DR1.

Q.5. Pour  $C_R(p) = 0$ , calculer sur la base du schéma bloc document réponse DR1 la fonction de transfert du moteur **seul**  $H_m(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$ .

Q.6. Pour  $C_R(p) = 0$ , calculer la fonction de transfert de l'ensemble **variateur + moteur**  $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U_c(p)}$ .

Indépendamment des résultats obtenus question précédente, on prendra par la suite :

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U_c(p)} = \frac{K \cdot k_2 \cdot h \cdot (1 + T_2 \cdot p)}{T_2 \cdot L \cdot J \cdot p^3 + (T_2 \cdot (L \cdot f + R \cdot J) + k_2 \cdot h \cdot K_{RI} \cdot T_2 \cdot J) \cdot p^2 + (T_2 \cdot (R \cdot f + K^2) + k_2 \cdot h \cdot K_{RI} \cdot (T_2 \cdot f + J)) \cdot p + k_2 \cdot h \cdot K_{RI} \cdot f}$$

Q.7. Pour  $C_R(p) = 0$ , déterminer  $\omega(t=+\infty)$  pour chacun des deux modèles (initial figure 5 et simplifié figure 6), lorsque  $u_c(t)$  est un échelon unitaire. Faire l'application numérique.

À l'aide d'un logiciel de simulation, une comparaison du comportement de la vitesse en sortie des deux modèles a été effectuée pour un échelon unitaire de consigne en entrée (figure 7).

Q.8. En analysant les courbes figure 7, conclure quant à la validité de la simplification du modèle sachant que chaque sollicitation du dossieret a une durée d'environ 30 ms.

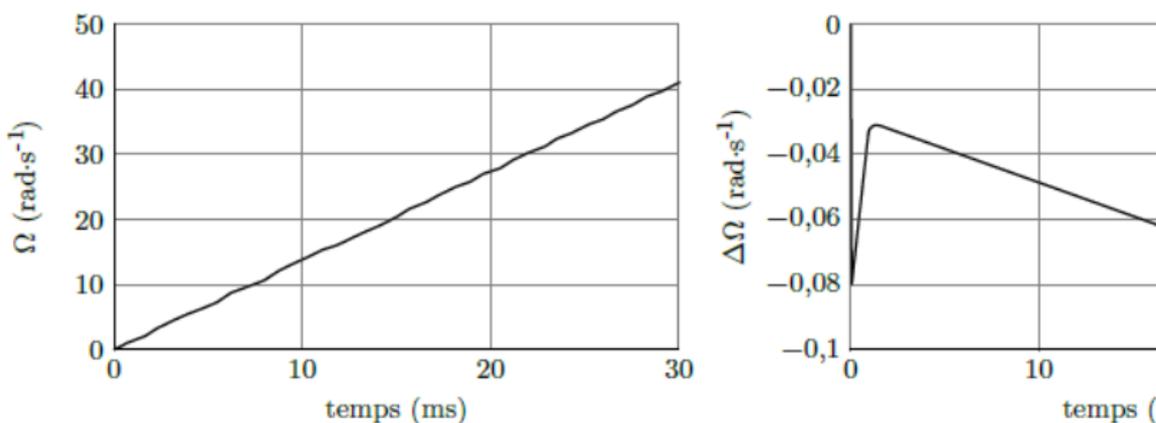


Figure 7

### 3. Analyse du comportement temporel de la boucle d'asservissement en vitesse

L'étude suivante consiste à obtenir un modèle simplifié de la boucle d'asservissement de vitesse (figure 8) au regard des réglages effectués et de l'influence d'une perturbation de type échelon sur le dossieret. En effet, vu la courte durée des sollicitations, la perturbation sur le dossieret, dont l'origine peut être une action du pilote sur ses muscles cervicaux, peut être modélisée par un échelon.

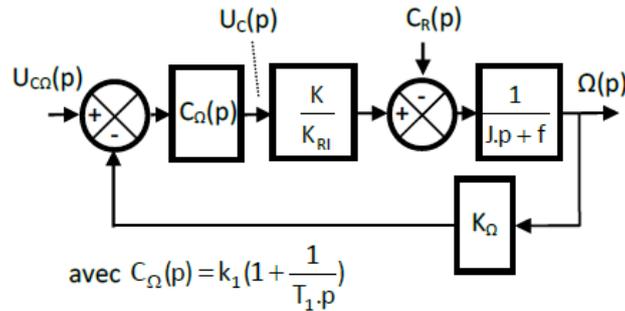


Figure 8 - Schéma bloc simplifié de l'asservissement en vitesse.

Q.9. Exprimer la fonction de transfert en poursuite de la boucle de vitesse  $H_{\Omega}(p) = \frac{\Omega(p)}{U_{c\Omega}(p)}$  ( $C_R(p)=0$ ).

Q.10.  $T_1$  étant égal à  $J/f$ , montrer alors que la fonction de transfert en boucle fermée peut se mettre sous la forme  $\frac{b}{1 + \tau.p}$ . Calculer les valeurs numériques des termes  $b$  et  $\tau$ .

Q.11. Compléter le schéma bloc document réponse DR2 puis exprimer la fonction de transfert en régulation  $H_{\theta}(p) = \frac{\Omega(p)}{C_R(p)}$  ( $U_{c\Omega}(p)=0$ ). Calculer ensuite la valeur finale de  $\omega(t)$  lorsque  $C_R(t)$  est un échelon unitaire. Conclure quant à l'action, en régime permanent, du correcteur proportionnel et intégral sur les effets de la perturbation si elle est modélisée par un échelon.

**4. Analyse du comportement temporel de la boucle d'asservissement en position**

Après toutes les simplifications démontrées questions précédentes, on obtient le modèle simplifié figure 9 où seul le comportement en poursuite est analysé.

On donne pour ce modèle  $b = 63 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ ,  $\tau = 2,2 \text{ ms}$ ,  $c = 40 \text{ points/rad}$ .

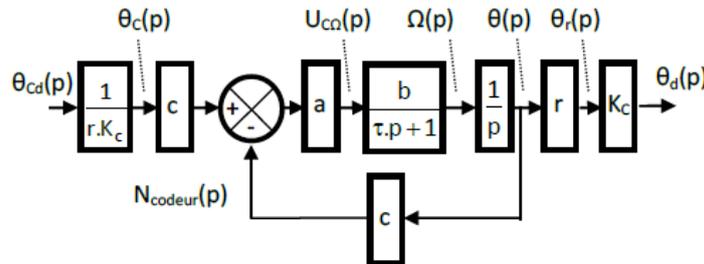


Figure 9 - Schéma bloc simplifié de l'asservissement en position.

Q.12. Exprimer la fonction de transfert  $H_{\theta}(p) = \frac{\theta_d(p)}{\theta_{cd}(p)}$ . Montrer que la fonction de transfert peut se mettre sous la forme d'un système canonique d'un système du second ordre.

Q.13. Déterminer ensuite la valeur numérique de  $a$  qui permettrait d'avoir un facteur d'amortissement  $z$  égal à  $0,7$ . Justifier le choix de ce facteur d'amortissement.

Un aspect important pour la simulation sensorielle du siège dynamique est la capacité du système à reproduire fidèlement la consigne de position issue du programme de simulation sensorielle du siège dynamique. Dans un premier temps, l'étude se limite à la précision statique en utilisant le modèle à construire document réponse DR3 à partir du schéma bloc de la figure 9. L'erreur sera définie par la variable  $\mu(t) = \theta_c(t) - \theta(t)$ . La précision statique du système est définie par les trois paramètres suivants :

- l'erreur en position :  $\mu_p = \lim_{t \rightarrow +\infty} \mu(t)$  pour une entrée de type échelon unité  $\theta_c(t) = 1.u(t)$

- l'erreur en vitesse :  $\mu_v = \lim_{t \rightarrow +\infty} \dot{\mu}(t)$  pour une entrée de type rampe  $\theta_c(t) = t.u(t)$

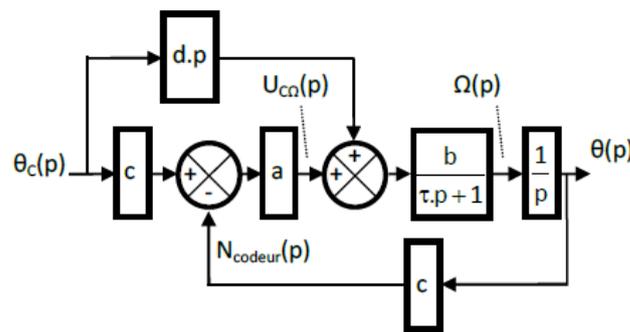
- l'erreur en accélération :  $\mu_a = \lim_{t \rightarrow +\infty} \mu(t)$  pour une entrée de type accélération  $\theta_c(t) = \frac{t^2}{2}.u(t) \rightarrow \theta_c(p) = \frac{1}{p^3}$

**Q.14.** Compléter le schéma bloc document réponse DR3. Sur la base de ce schéma bloc à retour unitaire montrer que  $\mu(p)$  peut s'écrire  $\mu(p) = \frac{\theta_c(p)}{1 + FTBO(p)}$  avec FTBO(p) fonction de transfert boucle ouverte du schéma bloc à retour unitaire.

**Q.15.** Déterminer ensuite de façon littérale et numérique l'erreur en position, l'erreur en vitesse et l'erreur en accélération. Conclure vis à vis de l'exigence de précision statique du cahier des charges.

**5. Amélioration des performances de la boucle d'asservissement en position**

La figure 10 représente la structure d'une correction par anticipation qui permet d'améliorer les performances temporelles de l'asservissement.



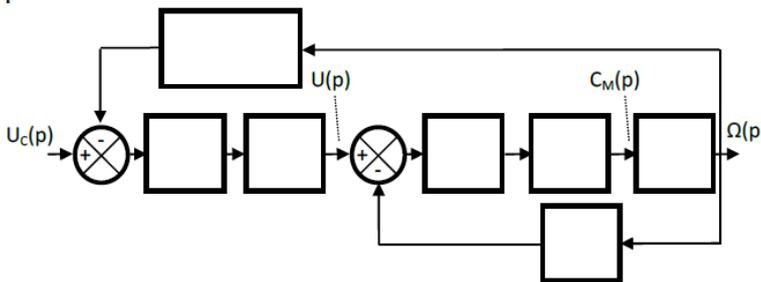
**Figure 10** - Schéma bloc simplifié de l'asservissement en position avec correction par anticipation.

**Q.16.** Calculer l'erreur en position et l'erreur en vitesse avec cette nouvelle correction par anticipation.

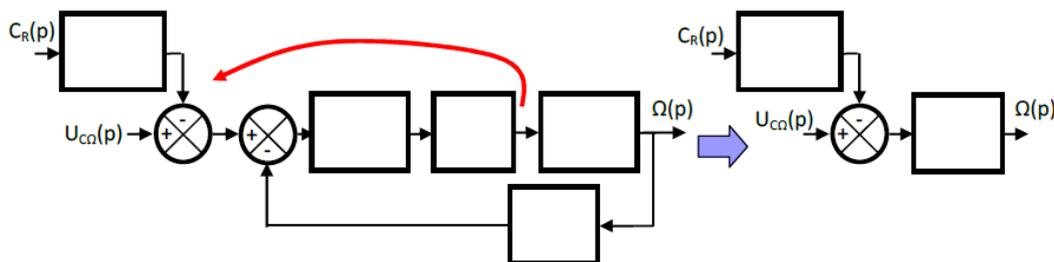
**Q.17.** D'après l'erreur en vitesse déterminée à la question précédente, calculer la valeur numérique de d qui permet d'annuler cette erreur en vitesse.

**Q.18.** En prenant en compte la valeur numérique de d et de b, déterminer l'expression de l'erreur en accélération. Calculer ensuite sa valeur numérique et conclure au regard du critère du cahier des charges.

Document réponse DR1 :



Document réponse DR2 :



Document réponse DR3 :

