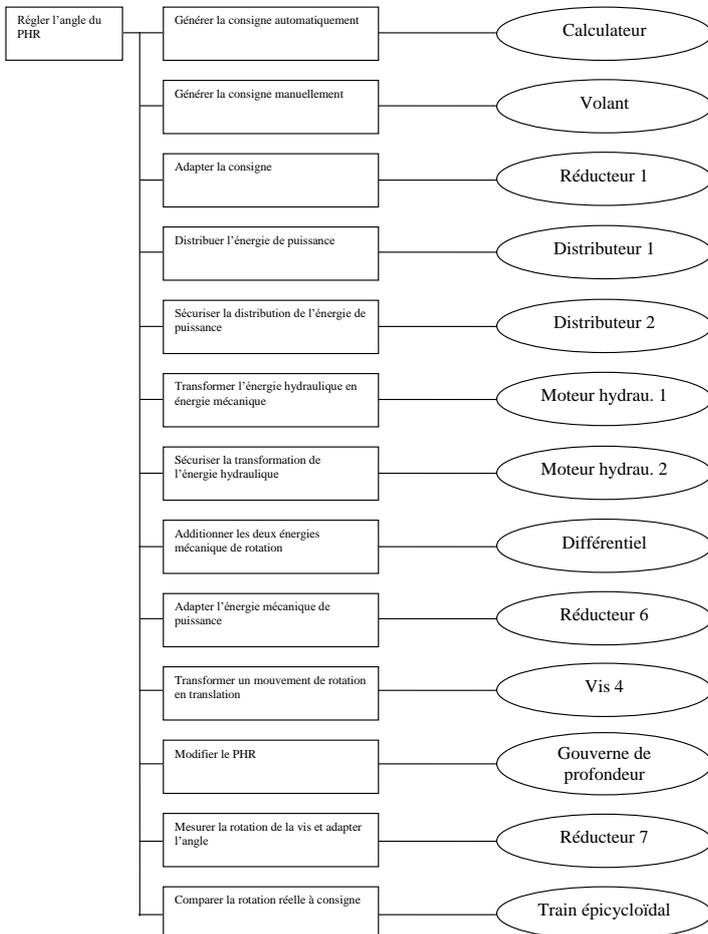


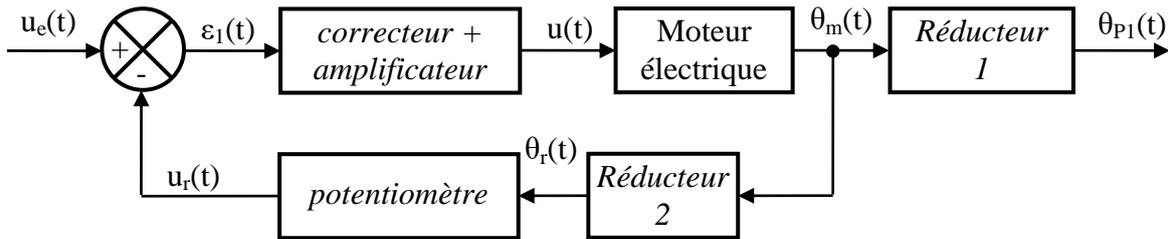
**CHAPITRE 1**  
**PERFORMANCES DES SLCI – PRECISION & RAPIDITE**  
**CORRECTION**

**1 EXERCICE 1 : PLAN HORIZONTAL REGLABLE**

Q.0.



Q.1.



Q.2. La réponse possède une tangente à l'origine non nulle et tend vers une valeur finie, il s'agit donc de la réponse indicielle d'un système du 1<sup>er</sup> ordre.

On suppose ainsi que la fonction de transfert liant la tension aux bornes du moteur à la vitesse de rotation de son arbre de sortie peut être modélisée par un 1<sup>er</sup> ordre de gain statique K et de constante de temps T.

Pour déterminer K, on mesure la valeur finale 250 rad/s et on sait que c'est égale à K.U, donc K=50 rad/s/V.

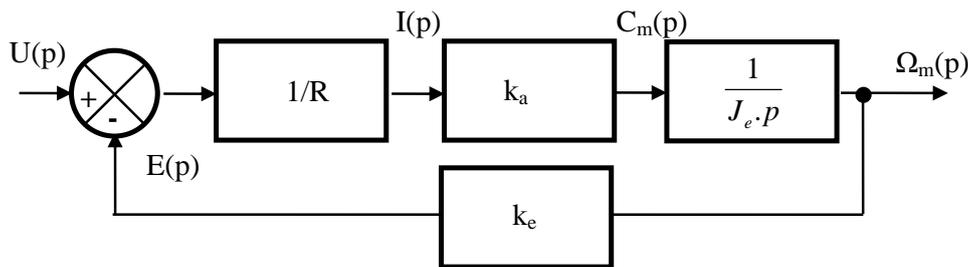
Pour déterminer T, on a 3 méthodes à notre disposition. Etant donné le bruit de fin de mesure, on choisit de prendre la méthode à 63% : à 63% de la VF, on est à t=T d'où T=0.01s. On peut également faire la méthode de la tangente à l'origine qui vaut K.U/T, et on obtient 0,009s.

Q.3.  $u(t) = e(t) + R.i(t) \rightarrow U(p) = E(p) + R.I(p)$

$e(t) = k_e \cdot \omega_m(t) \rightarrow E(p) = k_e \cdot \Omega_m(p)$

$J_e \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \rightarrow J_e \cdot p \Omega_m(p) = C_m(p)$

$C_m(t) = k_a \cdot i(t) \rightarrow C_m(p) = k_a \cdot I(p)$



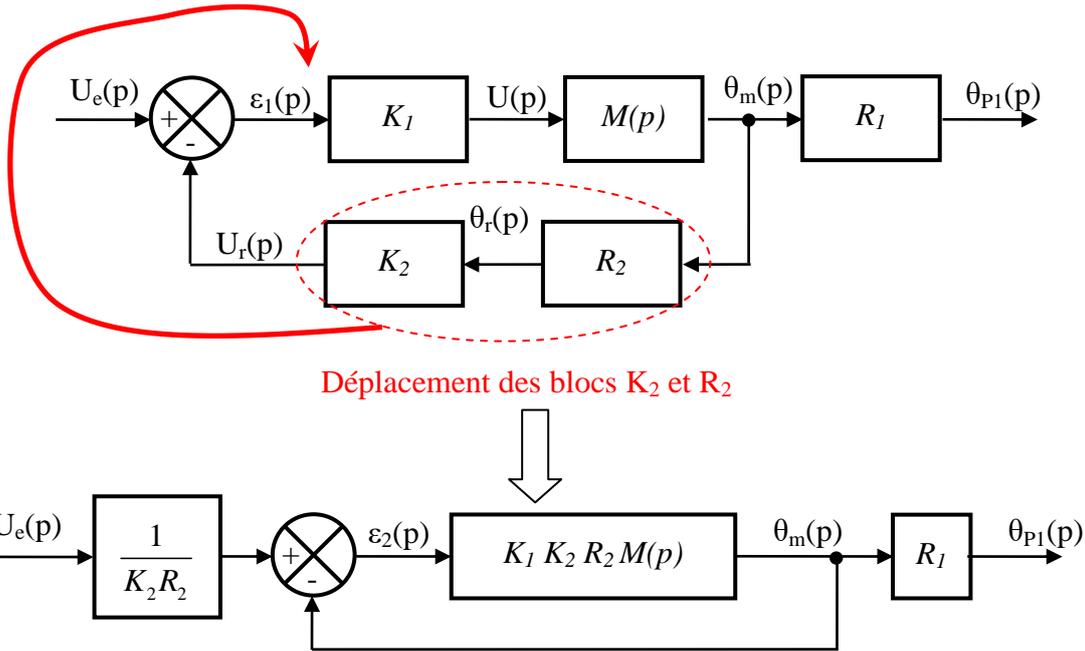
$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{\frac{k_a \cdot k_e}{R \cdot J_e \cdot p}}{1 + \frac{k_a \cdot k_e}{R \cdot J_e \cdot p}} = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{k_a \cdot k_e}{R \cdot J_e \cdot p + k_a \cdot k_e} = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R \cdot J_e}{k_a \cdot k_e} \cdot p} = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$$

$\Omega_m(p) = p \cdot \theta_m(p)$  d'où  $M(p) = \frac{\theta_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$

Q.4.  $K_m = \frac{1}{k_e}$  et  $\tau_m = \frac{R \cdot J_e}{k_a \cdot k_e}$

Q.5. Application numérique :  $K_m = 50 \text{ rad}/(\text{V}\cdot\text{s})$  et  $\tau_m = 0,01\text{s}$ .

Q.6.



Q.7.  $T(p) = \frac{\theta_m(p)}{\varepsilon_2(p)} = K_1 \cdot K_2 \cdot R_2 \cdot M(p) = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot R_2 \cdot K_m}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)} = \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$

Avec  $K_{BO} = K_1 \cdot K_2 \cdot R_2 \cdot K_m$

Q.8.  $F(p) = \frac{\theta_{P1}(p)}{U_e(p)} = \frac{1}{K_2 \cdot R_2} \cdot \frac{\frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}}{1 + \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}} \cdot R_1 = \frac{R_1}{K_2 \cdot R_2} \cdot \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p) + K_{BO}} = \frac{\frac{R_1}{K_2 \cdot R_2}}{1 + \frac{1}{K_{BO}} \cdot p + \frac{\tau_m}{K_{BO}} \cdot p^2}$

Q.9.  $K_{BF} = \frac{R_1}{K_2 \cdot R_2}$

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\tau_m}{K_{BO}} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K_{BO}}{\tau_m}}$$

$$\frac{2 \cdot z}{\omega_0} = \frac{1}{K_{BO}} \rightarrow z = \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_0}{K_{BO}} \rightarrow z = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{K_{BO} \cdot \tau_m}}$$

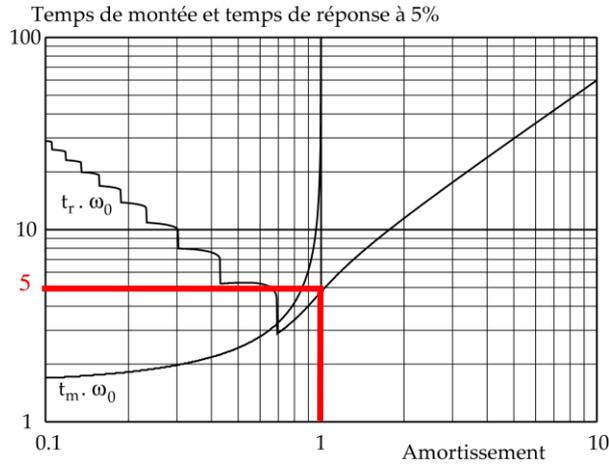
Q.10. Réponse à une entrée de type échelon la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement  $\rightarrow z = 1 \rightarrow$

$$4 \cdot K_{BO} \cdot \tau_m = 1 \rightarrow K_{BO} = \frac{1}{4 \cdot \tau_m} = 25 \text{ s}^{-1}$$

Q.11. Par définition  $e_r = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot E(p) \cdot \frac{1}{1 + FTBO}$  avec FTBO :  $T(p) = \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$

$\rightarrow$  FTBO de classe 1  $\rightarrow$  erreur statique  $e_r = 0$ . Le système est précis.

Q.12. Graphiquement on lit pour  $z = 1$ ,  $t_{5\%} \cdot \omega_0 \approx 5 \rightarrow t_{5\%} \cdot \sqrt{\frac{K_{BO}}{\tau_m}} \approx 5 \rightarrow t_{5\%} \approx 0,1s$

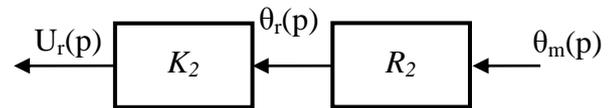


Q.13. On a  $l = 0,6m$  et  $p_v = 10mm \rightarrow N_v = \frac{l}{p_v} = \frac{0,6}{0,01} = 60$  tours.

Q.14.  $\frac{N_{p1}}{N_v} = \frac{1}{5} \rightarrow N_{p1} = \frac{N_v}{5} = \frac{60}{5} = 12$  tours.

Q.15.  $R_1 = \frac{1}{150} \rightarrow N_m = 150 \cdot N_{p1} = 150 \times 12 = 1800$  tours.

Q.16.  $N_m = 1800$  tours et  $N_r = 10 \rightarrow R_2 = \frac{10}{1800} = \frac{1}{180}$ .



Q.17. 10 tours  $\rightarrow 20 \cdot \pi$  rad et l'entendue de mesure est de 24V  $\rightarrow K_2 = \frac{24}{20 \cdot \pi} = 0,382$  V/rad.

Q.18.  $K_{BO} = K_1 \cdot K_2 \cdot R_2 \cdot K_m = 25 s^{-1} \rightarrow K_1 = \frac{K_{BO}}{K_2 \cdot R_2 \cdot K_m} \rightarrow K_1 = \frac{25}{0,382 \times \frac{1}{180} \times 50} = 235,6$  (sans unité).

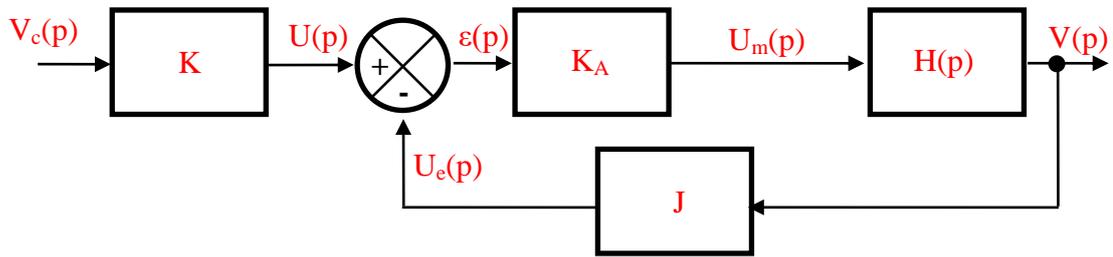
Q.19. Par définition  $e_r = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot E(p) \cdot \frac{1}{1 + FTBO}$  avec  $T(p) = \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$  et  $E(p) = \frac{1}{K_2 \cdot R_2} \cdot \frac{1}{p^2}$

$\rightarrow$  erreur de trainage :  $e_r = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{K_2 \cdot R_2} \cdot \frac{1}{p^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}}$   $\rightarrow$  FTBO de classe 1  $\rightarrow e_r = \frac{1}{K_{BO} \cdot K_2 \cdot R_2} \rightarrow$  erreur

non nulle  $\rightarrow$  C.d.C.F. non respecté.

**2 EXERCICE 2 : CAMERA DE POURSUITE SPEEDCAM**

Q.1.



Q.2.  $\epsilon(t)=u(t) - u_e(t) = K.v_c(t) - J.v(t) = 0 \rightarrow$  si  $v_c(t) = v(t)$  alors  $K = J$ .

Q.3. Système modélisable par un 1<sup>er</sup> ordre :  $H(p) = \frac{V(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$  dont on donne la réponse à un échelon

$$U_m(p) = \frac{u_0}{p}$$

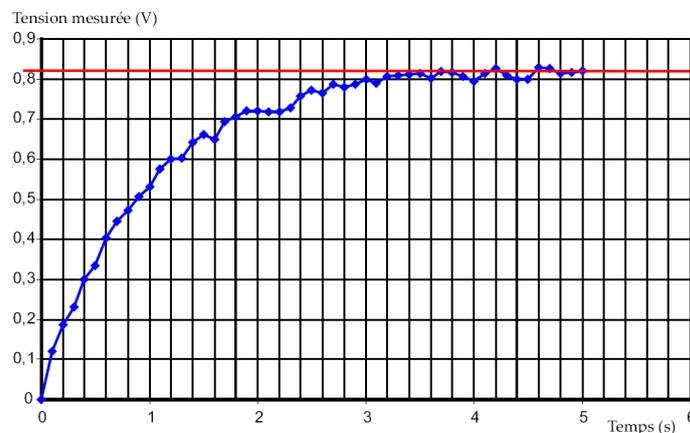
Identification de  $K_m$  :

$$s(+\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p.V(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{K_m \cdot u_0}{1 + \tau_m \cdot p} = K_m \cdot u_0$$

*Théorème de la valeur finale*

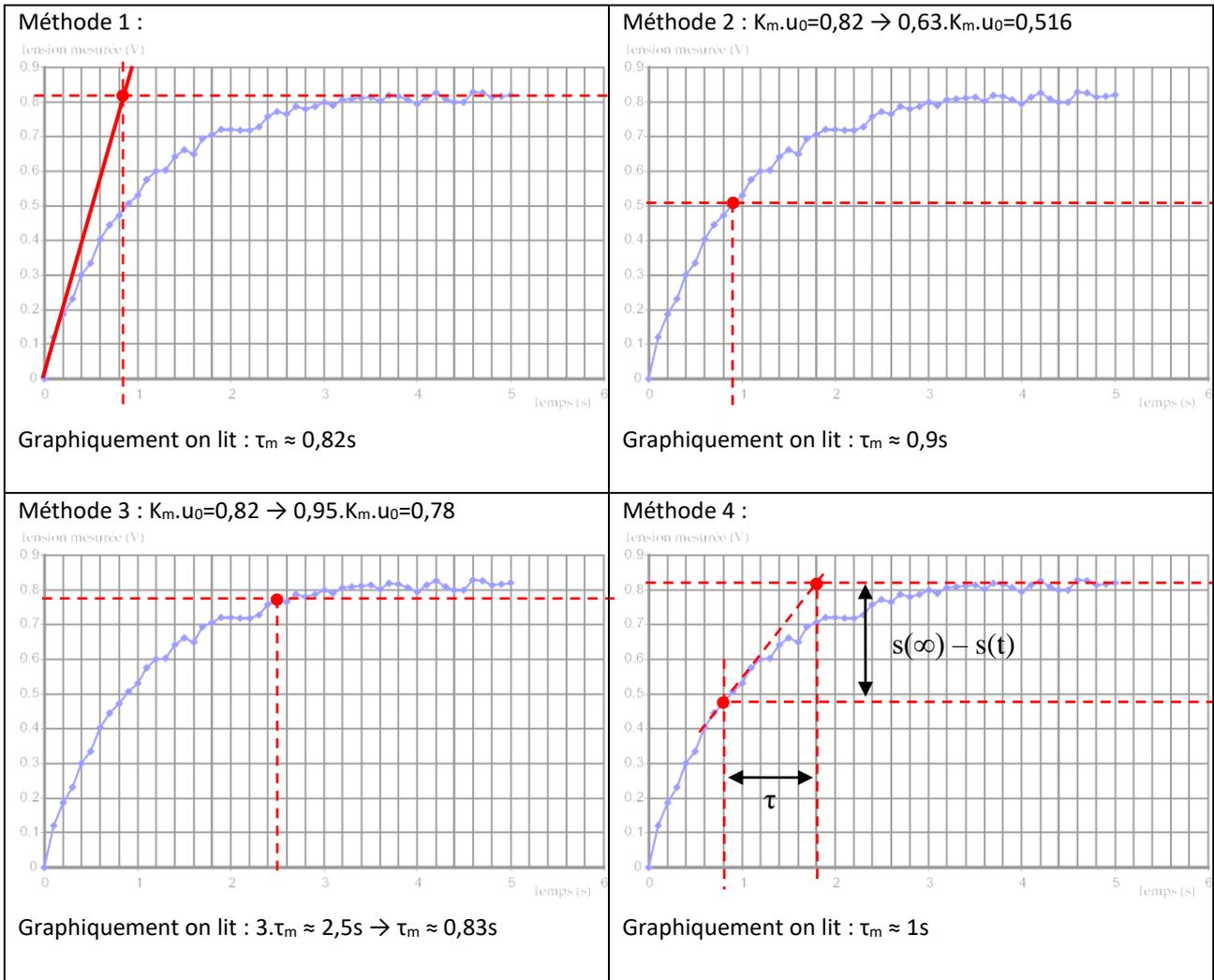
Graphiquement on lit :  $K_m \cdot u_0 = 0,82V$

$$\text{Soit } K_m = \frac{0,82}{70} = 0,0117$$



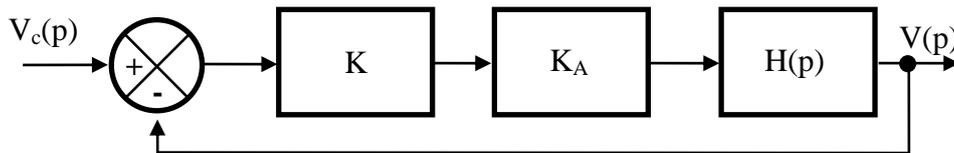
Identification de  $\tau_m$  (4 méthodes possibles) :

- tracer la pente à l'origine pour déterminer  $\tau_m$  (méthode 1),
- calculer 63% de la valeur finale pour déterminer  $\tau_m$  (méthode 2),
- calculer 95% de la valeur finale pour déterminer  $3 \tau_m$  (méthode 3),
- utiliser un instant quelconque  $t$  (méthode 4).



La méthode 4 est la moins efficace pour cette courbe. On retient  $\tau_m \approx 0,85s$  (moyenne des  $\tau_m$  obtenus avec les 3 premières méthodes).

Q.4.



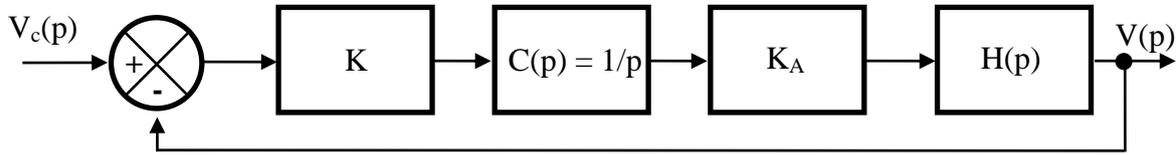
$$F(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K_A \cdot J \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}}{1 + K_A \cdot J \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}} = \frac{K_A \cdot K \cdot K_m}{1 + K_A \cdot K \cdot K_c + \tau_m \cdot p} = \frac{K \cdot K_A \cdot K_m}{1 + \frac{\tau_m}{1 + K \cdot K_A \cdot K_m} \cdot p}$$

Q.5. FT d'un système du 1<sup>er</sup> ordre → stable.

Q.6.  $t_{5\%} = 3 \cdot \frac{\tau_m}{1 + K \cdot K_A \cdot K_m} = 3 \cdot \frac{0,85}{1 + 0,3 \times 200 \times 0,0117} = 1,5 s$

**Q.7.** FTBO de classe 0 → Pour  $V_c(p) = \frac{1}{p} \rightarrow e_r = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{K \cdot N(p)}{p^\alpha \cdot D(p)}} \rightarrow e_r = \frac{1}{1 + K \cdot K_A \cdot K_m} \rightarrow$  C.d.C.F. non respecté.

**Q.8.**



$$F_2(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K_A \cdot K \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}}{1 + K_A \cdot K \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}} = \frac{K_A \cdot K \cdot K_m}{p + \tau_m \cdot p^2 + K_A \cdot K \cdot K_c} = \frac{1}{\frac{\tau_m}{K_A \cdot K \cdot K_m} \cdot p^2 + \frac{1}{K_A \cdot K \cdot K_m} \cdot p + 1}$$

**Q.9.** FT d'un système du 2<sup>ème</sup> ordre → stable.

**Q.10.** FTBO de classe 1 → Pour  $V_c(p) = \frac{1}{p} \rightarrow e_r = 0 \rightarrow$  C.d.C.F. ok.

**Q.11.**  $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\tau_m}{K_A \cdot K \cdot K_m} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K_A \cdot K \cdot K_m}{\tau_m}}$

$$\frac{2 \cdot z}{\omega_0} = \frac{1}{K_A \cdot K \cdot K_m} \rightarrow z = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{K_A \cdot K \cdot K_m \cdot \tau_m}}$$

A.N. :  $K_A = \frac{1}{4 \times 0,7^2 \times 0,3 \times 0,0117 \times 0,85} = 171$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{171 \times 0,3 \times 0,0117}{0,85}} = 0,84 \text{ rad/s}$$

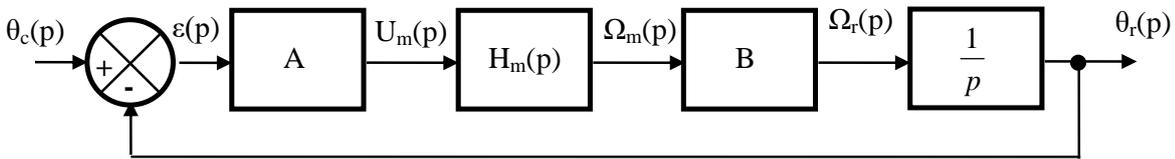
Pour  $z = 0,7$  le temps de réponse réduit vaut  $t_{5\%} \cdot \omega_0 = 3 \rightarrow t_{5\%} = \frac{3}{\omega_0} = \frac{3}{0,84} = 3,5 \text{ s} !!$

Le temps de réponse n'est pas du tout satisfaisant vis-à-vis du C.d.C.F. Il faut en fait ajouter en plus de la boucle d'asservissement en vitesse une boucle d'asservissement en position.

**Q.12.**  $t_{5\%} < 0,5 \text{ s} +$  erreur statique nulle + système stable → C.d.C.F. ok.

**3 EXERCICE 3 : RADAR D'AVION - CORRIGE**

Q.1. Réaliser le schéma-bloc du système.

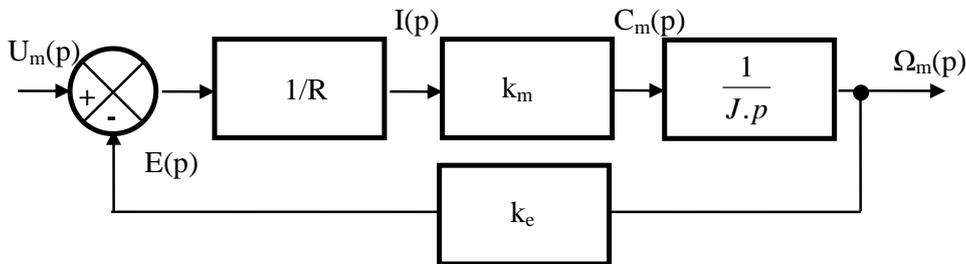


Q.2. et Q.3.  $u_m(t) = e(t) + R.i(t) \rightarrow U_m(p) = E(p) + R.I(p)$

$e(t) = k_e \cdot \omega_m(t) \rightarrow E(p) = k_e \cdot \Omega_m(p)$

$J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \rightarrow J \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p)$

$C_m(t) = k_m \cdot i(t) \rightarrow C_m(p) = k_m \cdot I(p)$



$$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{\frac{k_m \cdot k_e}{R \cdot J \cdot p}}{1 + \frac{k_m \cdot k_e}{R \cdot J \cdot p}} = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{k_m \cdot k_e}{R \cdot J \cdot p + k_m \cdot k_e} = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R \cdot J}{k_m \cdot k_e} \cdot p} = \frac{K_m}{1 + T_m \cdot p}$$

avec  $K_m = \frac{1}{k_e}$  et  $T_m = \frac{R \cdot J}{k_m \cdot k_e}$

Q.4. L'entrée est définie par un échelon unitaire,  $u_m(t) = u_0 \cdot u(t)$ , soit dans le domaine de Laplace,  $U_m(p) = \frac{u_0}{p}$ . La sortie a

donc pour expression dans le domaine de Laplace :  $\Omega_m(p) = \frac{K_m \cdot u_0}{p \cdot (1 + T_m \cdot p)}$

La décomposition en éléments simples donne :  $\Omega_m(p) = \frac{\alpha}{p} + \frac{\beta}{1 + T_m \cdot p} = \frac{K_m \cdot u_0}{p} - \frac{K_m \cdot u_0 \cdot T_m}{1 + T_m \cdot p}$

Soit  $\Omega_m(p) = K_m \cdot u_0 \cdot \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{\frac{1}{T_m} + p} \right)$ . Par transformation inverse on obtient ensuite la réponse temporelle qui a

donc pour expression :  $\omega_m(t) = K_m \cdot u_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_m}} \right) \cdot u(t)$

Ordonnée à l'origine :

Pour  $t=0$  on a :  $\omega_m(0) = 0$

Pente à l'origine :

$$\omega_m'(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \omega_m'(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot [p \cdot \Omega_m(p)] = \lim_{p \rightarrow \infty} p^2 \cdot \frac{K_m \cdot u_0}{p \cdot (1 + T_m \cdot p)} = \frac{K_m \cdot u_0}{T_m}$$

$\uparrow$  Théorème de la valeur initiale       $\uparrow$  Transformée de la dérivée (CI nulles)

Ordonnée en  $+\infty$  :

$$\omega_m(+\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \omega_m(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Omega_m(p) = K_m \cdot u_0$$

$\uparrow$  Théorème de la valeur finale

Remarque : si on connaît par cœur la réponse indicielle d'un système du 1<sup>er</sup> ordre, on peut bien évidemment donner directement les réponses.

**Q.5.**

$$H(p) = \frac{\theta_r(p)}{\theta_c(p)} = \frac{A.B.H_m(p) \cdot \frac{1}{p}}{1 + A.B.H_m(p) \cdot \frac{1}{p}} = \frac{A.B. \frac{K_m}{1 + T_m \cdot p} \cdot \frac{1}{p}}{1 + A.B. \frac{K_m}{1 + T_m \cdot p} \cdot \frac{1}{p}} = \frac{A.B.K_m}{p \cdot (1 + T_m \cdot p) + A.B.K_m} = \frac{1}{\frac{p \cdot (1 + T_m \cdot p)}{A.B.K_m} + 1}$$

$$H(p) = \frac{1}{\frac{p \cdot (1 + T_m \cdot p)}{A.B.K_m} + 1} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A.B.K_m} \cdot p + \frac{T_m}{A.B.K_m} p^2} = \frac{K}{(1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2)} \text{ avec :}$$

$$K = 1 \quad ; \quad \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{T_m}{A.B.K_m} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{A.B.K_m}{T_m}} \quad ; \quad \frac{2 \cdot z}{\omega_0} = \frac{1}{A.B.K_m} \rightarrow z = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{T_m \cdot A.B.K_m}}$$

**Q.6.** Par définition pour une réponse indicielle d'un système du 2<sup>nd</sup> ordre on a :

Ordonnée en  $+\infty$  de la courbe de sortie :

$$s(+\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot S(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{K \cdot \omega_0^2}{p^2 + 2 \cdot z \cdot \omega_0 \cdot p + \omega_0^2} = K \rightarrow \boxed{s(+\infty) = K}$$

$\uparrow$  Théorème de la valeur finale       $\uparrow$  Le régime établi ne dépend que du gain statique Z alors que z et  $\omega_0$  n'interviennent que sur le régime transitoire

Valeur du 1<sup>er</sup> dépassement :

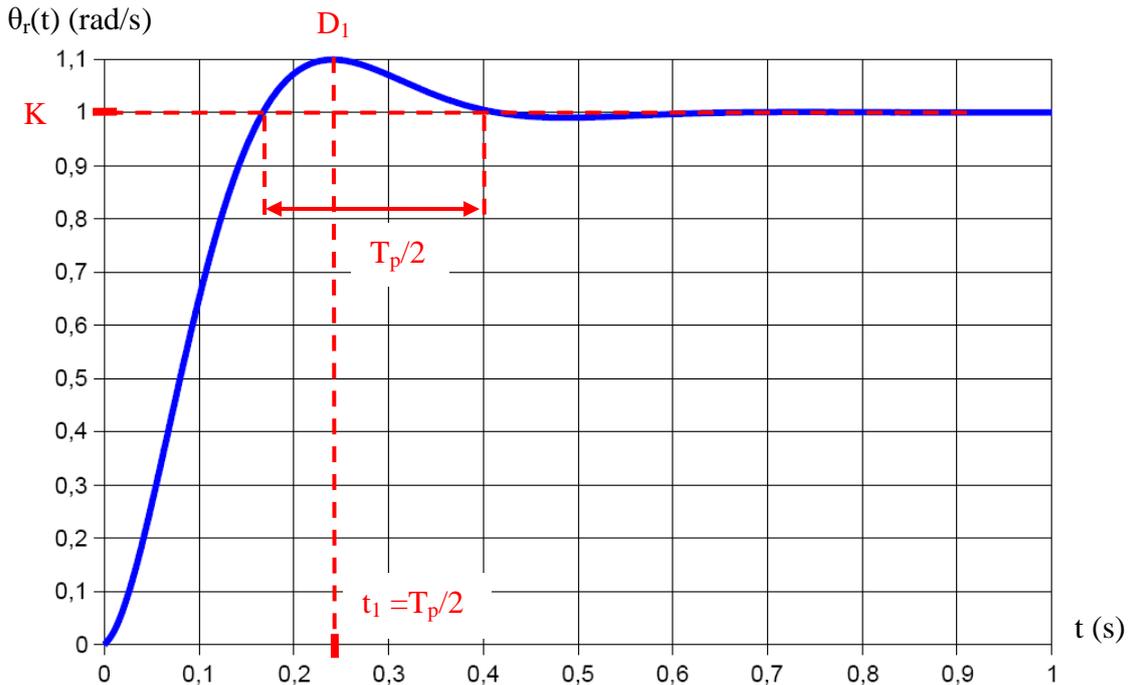
$$D_1 = e^{-\frac{z \cdot \pi}{\sqrt{1-z^2}}}$$

Valeur de la pseudo-période :

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_p} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-z^2}}$$

Graphiquement on lit :  $K = 1$  ;  $t_1 = 0,24 = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-z^2}}$  ;  $D_1 = e^{-\frac{z \cdot \pi}{\sqrt{1-z^2}}} = 0,1$

Soit  $z \approx 0,58$  et  $\omega_0 \approx 15,8$  rad/s.



Sans préjuger du résultat trouvé dans la question précédente, on prendra, pour la suite :

$K = 1$ ,  $z = 0,5$  et  $\omega_0 = 15$  rad/s.

**Q.7.** Il n'existe pas de formule simple pour calculer le temps de réponse à 5% car il dépend de la valeur du coefficient d'amortissement  $z$  et de la pulsation propre non amortie du système  $\omega_0$ .

On utilise l'abaque annexe 2 et on lit  $t_{5\%} \cdot \omega_0 \approx 5$  pour  $z=0,5$  soit  $t_{5\%} \approx 0,33s > 0,2s \rightarrow$  le critère de rapidité de la fonction FS1 n'est pas respecté.

**Q.8.** Méthode : voir chapitre 4 cours 08. Il y a 3 fonctions de transfert du 1<sup>er</sup> ordre.

$$H(p) = \frac{1}{(1+0,05.p)(1+0,0005.p)(1+0,002.p)} \rightarrow H(j\omega) = \frac{1}{(1+0,05.j\omega)} \cdot \frac{1}{(1+0,002.j\omega)} \cdot \frac{1}{(1+0,0005.j\omega)}$$

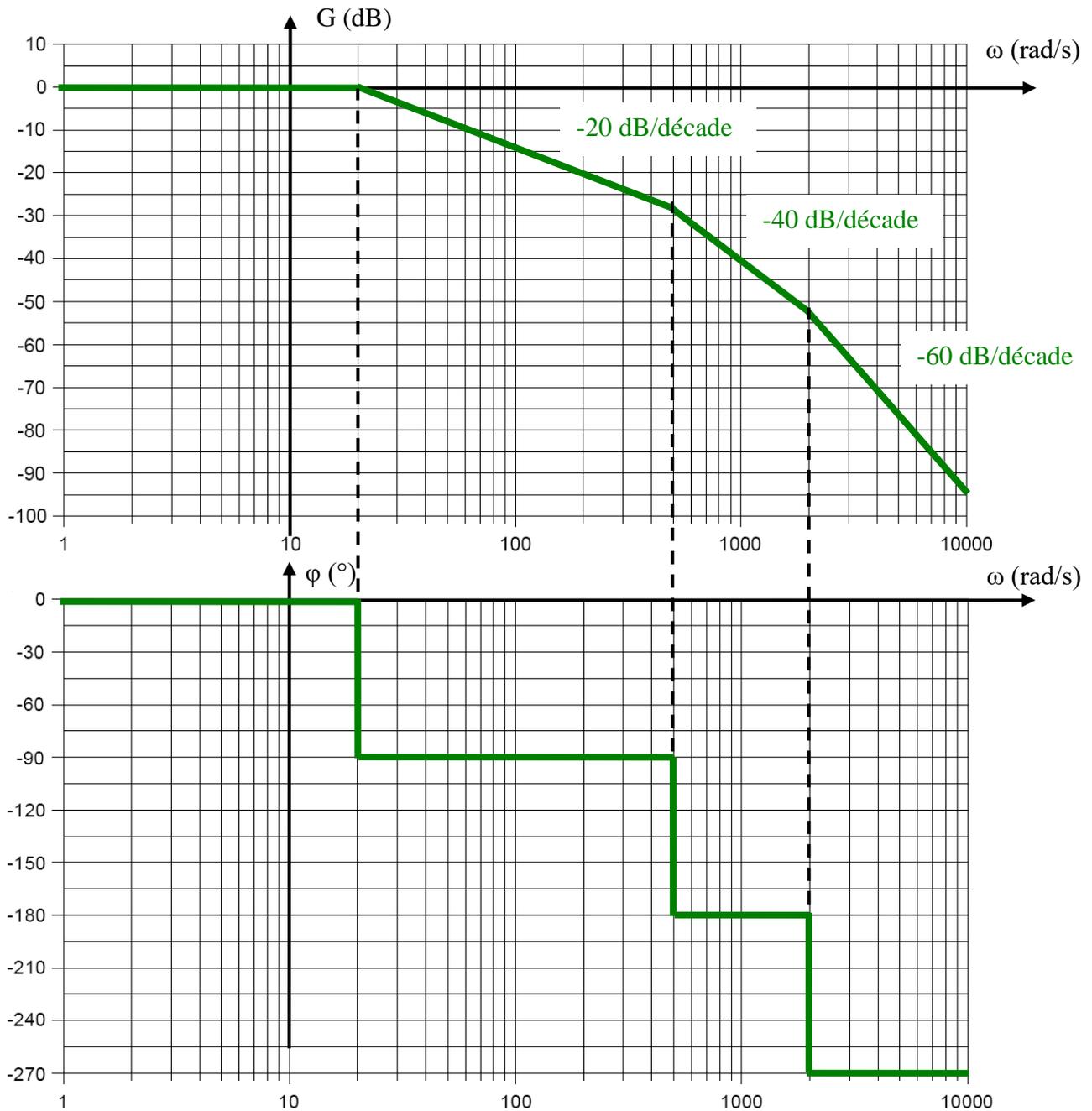
On classe les constantes de temps dans un ordre décroissant, c'est à dire les pulsations de cassure ( $1/T_i$  pour le 1er ordre) correspondantes dans un ordre croissant. Les brisures du tracé asymptotique correspondront alors à ces pulsations.

Les constantes de temps sont  $T_1 = 0,05$  s (soit  $\omega_1 = 20$  rad/s),  $T_2 = 0,002$  s (soit  $\omega_2 = 500$  rad/s) et  $T_3 = 0,0005$  s (soit  $\omega_3 = 2000$  rad/s).

**Q.9.** Pour  $\omega = 10$  rad/s on a :

$$G_{dB} = |H(j10)|_{dB} \approx -20 \log \left( \sqrt{1 + (0,05 \times 10)^2} \right) \approx -1 \text{ dB}$$

$$\text{et } \phi = \arg(H(j10)) \approx -\arctan \left( \frac{0,05 \times 10}{1} \right) \approx -26,5^\circ$$



**Q.10.** Déterminer, en régime permanent,  $\theta_r(t)$  pour une entrée  $\theta_c(t) = 0,2 \cdot \sin(10t)$ .

$$\theta_r(t) = 0,2 \cdot G \cdot \sin(10t + \phi).$$

**Q.11.**  $\omega_c = 20$  rad/s soit un bande passante de  $20 \text{ rad/s} > 18 \text{ rad/s}$ , le critère de bande passante de la fonction FS1 est respecté.

**Q.12.** Système du 1<sup>er</sup> ordre  $\rightarrow t_{5\%} = 3 \times 0,05 = 0,15 \text{ s} < 0,2 \text{ s} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok.}$

**4 EXERCICE 4 : ETUDE D'UNE ANTENNE PARABOLIQUE**

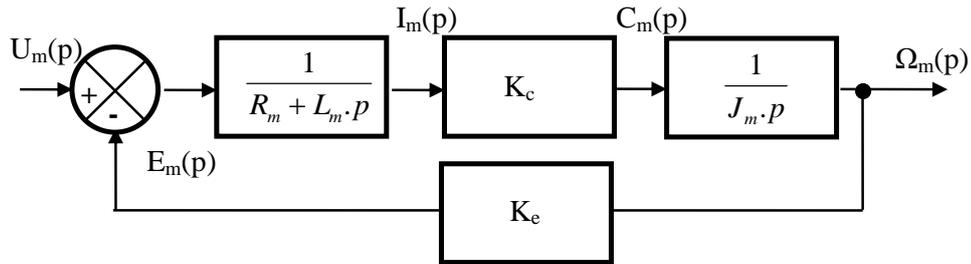
Q.1.  $u_m(t) = e_m(t) + R_m \cdot i_m(t) + L_m \cdot \frac{d i_m(t)}{dt} \rightarrow U_m(p) = E_m(p) + R_m \cdot I_m(p) + L_m \cdot p \cdot I_m(p)$

$e_m(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \rightarrow E_m(p) = K_e \cdot \Omega_m(p)$

$J_m \cdot \frac{d \omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \rightarrow J_m \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p)$

$C_m(t) = K_c \cdot i_m(t) \rightarrow C_m(p) = K_c \cdot I_m(p)$

Q.2.



Q.3.

$$H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{1}{K_e} \cdot \frac{K_c \cdot K_e}{1 + \frac{J_m \cdot p \cdot (R_m + L_m \cdot p)}{K_c \cdot K_e}} = \frac{1}{K_e} \cdot \frac{K_c \cdot K_e}{J_m \cdot p \cdot (R_m + L_m \cdot p) + K_c \cdot K_e} = \frac{1}{K_e} \cdot \frac{1}{\frac{J_m \cdot L_m}{K_c \cdot K_e} \cdot p^2 + \frac{J_m \cdot R_m}{K_c \cdot K_e} \cdot p + 1}$$

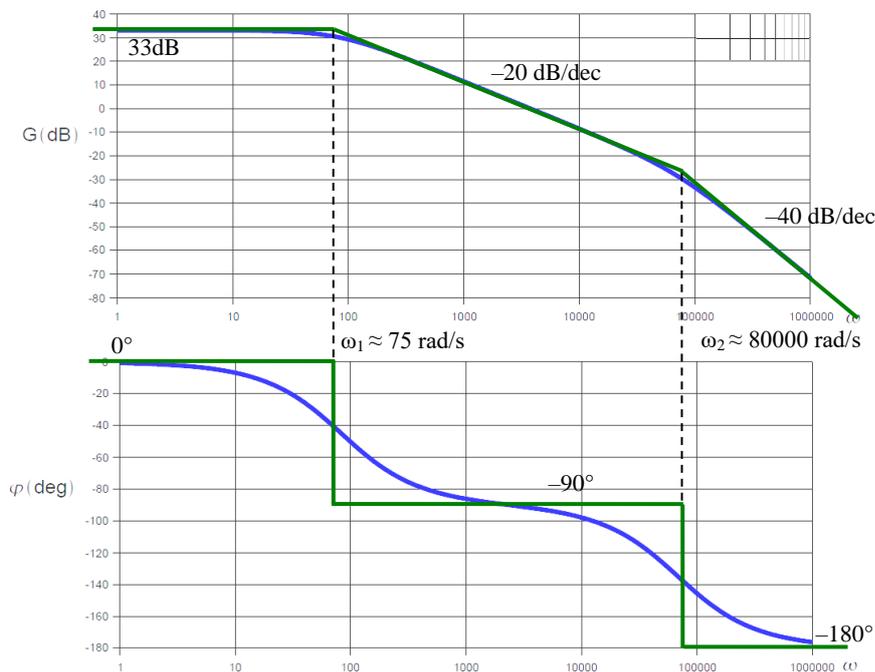
avec  $K = \frac{1}{K_e}$ ,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_c \cdot K_e}{J_m \cdot L_m}}$  et  $z = \frac{1}{2} \cdot R_m \cdot \sqrt{\frac{J_m}{K_c \cdot K_e \cdot L_m}}$ .

Q.4.  $\tau_e = \frac{L_m}{R_m}$ ,  $\tau_m = \frac{R_m \cdot J_m}{K_e \cdot K_c}$  et  $\tau_e \ll \tau_m$

$\rightarrow (1 + \tau_e \cdot p) \cdot (1 + \tau_m \cdot p) = 1 + (\tau_e + \tau_m) \cdot p + (\tau_e \cdot \tau_m) \cdot p^2 \approx 1 + (\tau_m) \cdot p + (\tau_e \cdot \tau_m) \cdot p^2$  si  $\tau_e \ll \tau_m$

$\rightarrow 1 + \tau_m \cdot p + (\tau_e \cdot \tau_m) \cdot p^2 = 1 + \frac{J_m \cdot R_m}{K_c \cdot K_e} \cdot p + \frac{J_m \cdot L_m}{K_c \cdot K_e} \cdot p^2 \rightarrow H(p) \approx \frac{K}{(1 + \tau_e \cdot p) \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$

Q.5.



Asymptote horizontale de gain pour les faibles pulsations :

$$20.\log K = 20.\log \frac{1}{K_e} = 20.\log \frac{1}{0,022} = 33,15 \text{ dB}$$

Pulsations de cassure :

$$\omega_1 = \frac{1}{\tau_m} = \frac{K_e \cdot K_c}{R_m \cdot J_m} \approx 75 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\tau_e} = \frac{R_m}{L_m} \approx 80000 \text{ rad/s}$$

$$\text{Q.6. } \omega_1 = \frac{1}{\tau_m} = \frac{K_e \cdot K_c}{R_m \cdot J_m} \approx 75 \text{ rad/s} \rightarrow J_m = \frac{0,022^2}{9,1 \times 75} = 0,7 \cdot 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\tau_e} = \frac{R_m}{L_m} \approx 80000 \text{ rad/s} \rightarrow L_m = \frac{9,1}{80000} = 0,11 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 0,11 \text{ mH}$$

$$\tau_e = \frac{L_m}{R_m} = \frac{0,11 \cdot 10^{-3}}{9,1} = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$\tau_m = \frac{R_m \cdot J_m}{K_e \cdot K_c} = \frac{9,1 \times 0,7 \cdot 10^{-6}}{0,022^2} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ s} \rightarrow \tau_e \ll \tau_m.$$

Q.7. Réponse à un échelon d'un système du 2<sup>ème</sup> ordre → tangente horizontale à l'origine.

$$u_m(t) = U_0 \cdot u(t). \rightarrow U_m(p) = \frac{U_0}{p} \text{ et } H(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{\frac{J_m \cdot L_m}{K_c \cdot K_e} \cdot p^2 + \frac{J_m \cdot R_m}{K_c \cdot K_e} \cdot p + 1}$$

$$\omega_m'(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \omega_m'(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot \left[ p \cdot H(p) \cdot \frac{U_0}{p} \right] = 0$$

*Théorème de la valeur initiale*

*Transformée de la dérivée (CI nulles)*

$$\text{Q.8. } \tau_e \ll \tau_m \rightarrow H(p) \approx \frac{K}{(1 + \tau_m \cdot p)}$$

Réponse à un échelon d'un système du 1<sup>er</sup> ordre →  $\omega_m(t) = K \cdot U_0 \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}} \right) u(t)$

Q.9.  $\tau_m = 0,012 \text{ s}$ ,  $K = 45 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$  et  $U_0 = 18 \text{ V}$ .

$$\omega_m(+\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \omega_m(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{U_0}{p} \cdot H(p) = K \cdot U_0$$

*Théorème de la valeur finale*

$$K \cdot U_0 = 45 \cdot 18 = 810 \text{ rad/s} = 7735 \text{ tr/min} < 8000 \text{ tr/min}$$

$$\text{Q.10. } G(p) = \frac{\Omega_a(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{N}$$

$$M(p) = \frac{\theta_a(p)}{\Omega_a(p)} = \frac{1}{p}$$

Q.11. 
$$\frac{\theta_a(p)}{\theta_{ac}(p)} = \frac{K_a \cdot H(p) \cdot G(p) \cdot M(p)}{1 + K_a \cdot H(p) \cdot G(p) \cdot M(p)}$$

Avec :  $H(p) = \frac{K}{(1 + \tau_m \cdot p)}$ ,  $G(p) = \frac{\Omega_a(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{N}$  et  $M(p) = \frac{\theta_a(p)}{\Omega_a(p)} = \frac{1}{p}$

$$\frac{\theta_a(p)}{\theta_{ac}(p)} = \frac{K_a \cdot \frac{1}{N} \cdot \frac{K}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}}{1 + K_a \cdot \frac{1}{N} \cdot \frac{K}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}} = \frac{\frac{K_a \cdot K}{N}}{1 + \frac{K_a \cdot K}{N \cdot p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}} = \frac{\frac{K_a \cdot K}{N}}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p) + \frac{K_a \cdot K}{N}} = \frac{1}{1 + \frac{N}{K_a \cdot K} p + \frac{N \cdot \tau_m}{K_a \cdot K} p^2}$$

Avec :  $K_T = 1$ ,  $\omega_{OT} = \sqrt{\frac{K_a \cdot K}{N \cdot \tau_m}}$  et  $z_T = \frac{1}{2} \cdot \frac{N}{K_a \cdot K} \cdot \sqrt{\frac{K_a \cdot K}{N \cdot \tau_m}} \rightarrow z_T = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{N}{K_a \cdot K \cdot \tau_m}}$

Q.12. FTBO de classe 1 → l'erreur de position est nulle → C.d.C.F ok.

Q.13. Temps de réponse le plus faible possible pour un système de 2<sup>ème</sup> ordre →  $z = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$

$$0,7 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{23328}{K_a \times 45 \times 0,012}} \rightarrow 1,4^2 = \frac{23328}{K_a \times 45 \times 0,012} \rightarrow K_a = \frac{23328}{1,4 \times 45 \times 0,012} \rightarrow K_a = \frac{23328}{1,4 \times 45 \times 0,012}$$

→  $K_a = 30857$  V/rad

## 5 EXERCICE 5 : FAUTEUIL SIMULATEUR DE VOL

Q.1. Fermeture géométrique OABC :  $\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CO} = e \cdot \vec{x}_2 + L \cdot \vec{y}_3 + d \cdot \vec{x}_4 - a \cdot \vec{x}_1 - b \cdot \vec{y}_1$

En projection dans la base 1 : 
$$\begin{cases} e \cdot \cos \theta_r - L \cdot \sin \theta_3 + d \cdot \cos \theta_d - a = 0 \\ e \cdot \sin \theta_r + L \cdot \cos \theta_3 + d \cdot \sin \theta_d - b = 0 \end{cases}$$

On élimine ensuite  $\theta_3 \rightarrow \begin{cases} L \cdot \sin \theta_3 = e \cdot \cos \theta_r + d \cdot \cos \theta_d - a \\ L \cdot \cos \theta_3 = -e \cdot \sin \theta_r - d \cdot \sin \theta_d + b \end{cases}$

→  $(e \cdot \cos \theta_r + d \cdot \cos \theta_d - a)^2 + (-e \cdot \sin \theta_r - d \cdot \sin \theta_d + b)^2 = L^2$

On développe :

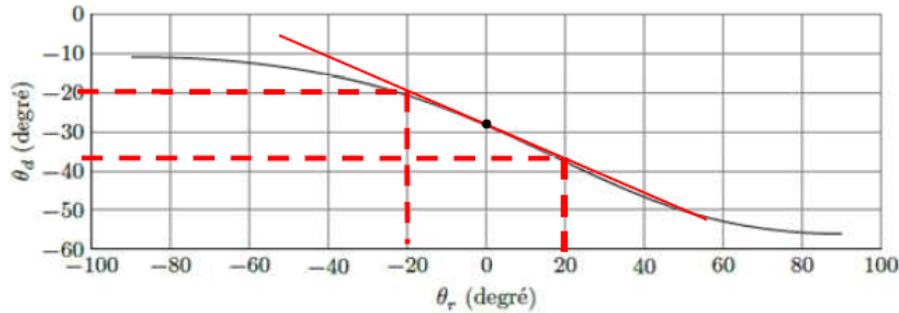
$$\begin{aligned} e^2 \cdot \cos^2 \theta_r + d^2 \cdot \cos^2 \theta_d + a^2 + 2 \cdot e \cdot d \cdot \cos \theta_r \cdot \cos \theta_d - 2 \cdot e \cdot a \cdot \cos \theta_r - 2 \cdot d \cdot a \cdot \cos \theta_d \\ + e^2 \cdot \sin^2 \theta_r + d^2 \cdot \sin^2 \theta_d + b^2 + 2 \cdot e \cdot d \cdot \sin \theta_r \cdot \sin \theta_d - 2 \cdot e \cdot b \cdot \sin \theta_r - 2 \cdot d \cdot b \cdot \sin \theta_d - L^2 = 0 \end{aligned}$$

$$\cos \theta_d \cdot (2 \cdot d \cdot a - 2 \cdot e \cdot d \cdot \cos \theta_r) + \sin \theta_d \cdot (2 \cdot d \cdot b - 2 \cdot e \cdot d \cdot \sin \theta_r) = e^2 + d^2 + a^2 + b^2 - L^2 - 2 \cdot e \cdot a \cdot \cos \theta_r - 2 \cdot e \cdot b \cdot \sin \theta_r$$

soit  $\cos \theta_d (E + F \cdot \cos \theta_r) + \sin \theta_d (G + H \cdot \cos \theta_r) = I + J \cdot \cos \theta_r + K \cdot \sin \theta_r$

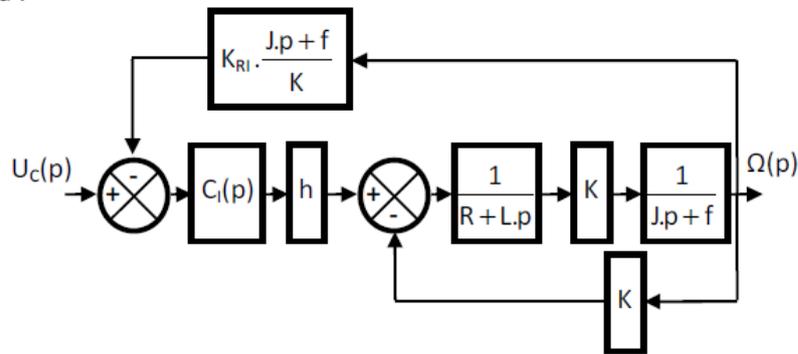
avec  $E = 2 \cdot d \cdot a$ ;  $F = -2 \cdot e \cdot d$ ;  $G = 2 \cdot d \cdot b$ ;  $H = e^2 + d^2 + a^2 + b^2 - L^2$ ;  $I = -2 \cdot e \cdot a$ ;  $J = -2 \cdot e \cdot b$

Q.2. Par linéarisation autour du point de fonctionnement  $\theta_c = 0^\circ$  on a  $K_c = -\frac{18}{40} = -0,45$



Q.3.  $K_\Omega = \frac{5}{3000 \cdot \frac{2\pi}{60}} = 0,0159 \text{ V.s/rad}$      $c = \frac{250}{2\pi} = 39,8 \text{ points/rad}$

Q.4. Pour  $C_R(p) = 0$ , on a :



Q.5. Pour  $C_R(p) = 0$  on a :  $H_m(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K}{(R+L.p).(J.p+f)}}{1 + \frac{K^2}{(R+L.p).(J.p+f)}} = \frac{K}{L.J.p^2 + (J.R+L.f).p + K^2 + f.R}$

Q.6. Pour  $C_R(p) = 0$ , on a :  $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K.h.k_2(1 + \frac{1}{T_2.p})}{L.J.p^2 + (J.R+L.f).p + K^2 + f.R}}{1 + K_{Ri} \cdot \frac{(J.p+f)}{K} \cdot \frac{K.h.k_2(1 + \frac{1}{T_2.p})}{L.J.p^2 + (J.R+L.f).p + K^2 + f.R}}$

On met sous dénominateur commun et on simplifie ces dénominateurs communs

$$H(p) = \frac{K.h.k_2(T_2.p+1)}{T_2.p.(L.J.p^2 + (J.R+L.f).p + K^2 + f.R) + K_{Ri} \cdot (J.p+f).h.k_2(T_2.p+1)}$$

On développe et on réarrange le dénominateur par puissance de p

$$H(p) = \frac{K.h.k_2(T_2.p+1)}{T_2.p.(L.J.p^2 + (J.R+L.f).p + K^2 + f.R) + K_{Ri} \cdot J.p.h.k_2 \cdot T_2.p + K_{Ri} \cdot J.p.h.k_2 + K_{Ri} \cdot f.h.k_2 \cdot T_2.p + K_{Ri} \cdot f.h.k_2}$$

$$H(p) = \frac{K.k_2.h.(1 + T_2.p)}{T_2.L.J.p^3 + (T_2.(J.R+L.f) + k_2.h.K_{Ri}.T_2.J).p^2 + (T_2.(R.f + K^2) + k_2.h.K_{Ri} \cdot (T_2.f + J)).p + k_2.h.K_{Ri}.f} \quad \text{cqfd}$$

**Q.7.** Modèle initial. Pour  $C_R(p) = 0 : \omega(t=+\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \omega(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Omega(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{p} \cdot H(p) = \frac{K \cdot k_2 \cdot h}{k_2 \cdot h \cdot K_{RI} \cdot f} = \frac{K}{K_{RI} \cdot f}$

Modèle simplifié. Pour  $C_R(p) = 0 : \omega(t=+\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \omega(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Omega(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{K}{K_{RI}} \cdot \frac{1}{J \cdot p + f} = \frac{K}{K_{RI} \cdot f}$

A.N. :  $\omega(t=+\infty) = \frac{0,115}{0,5 \times 4 \cdot 10^{-4}} = 575 \text{ rad/s}$

**Q.8.** On constate que pour les 30 premières ms, la vitesse angulaire va évoluer linéairement de 0 à 41 rad/s sur le modèle initial. Sur le modèle simplifié la vitesse angulaire va évoluer quasiment de la même façon car il y a juste un écart de l'ordre de 0,1 rad/s avec le modèle initial. De plus sur la question précédente on constate que les 2 modèles tendent vers la même valeur en régime permanent.

Bilan : on peut simplifier sans problème le modèle initial par le modèle simplifié pour la suite de l'analyse.

**Q.9.** Fonction de transfert en poursuite de la boucle de vitesse ( $C_R(p)=0$ ) :

$$H_{\Omega}(p) = \frac{\Omega(p)}{U_{C\Omega}(p)} = \frac{k_1(1 + \frac{1}{T_1 \cdot p}) \cdot \frac{K}{K_{RI}} \cdot \frac{1}{J \cdot p + f}}{1 + k_1(1 + \frac{1}{T_1 \cdot p}) \cdot \frac{K}{K_{RI}} \cdot \frac{1}{J \cdot p + f} \cdot K_{\Omega}} = \frac{k_1 \cdot K \cdot (1 + T_1 \cdot p)}{T_1 \cdot p \cdot K_{RI} \cdot (J \cdot p + f) + k_1 \cdot K \cdot K_{\Omega} \cdot (1 + T_1 \cdot p)}$$

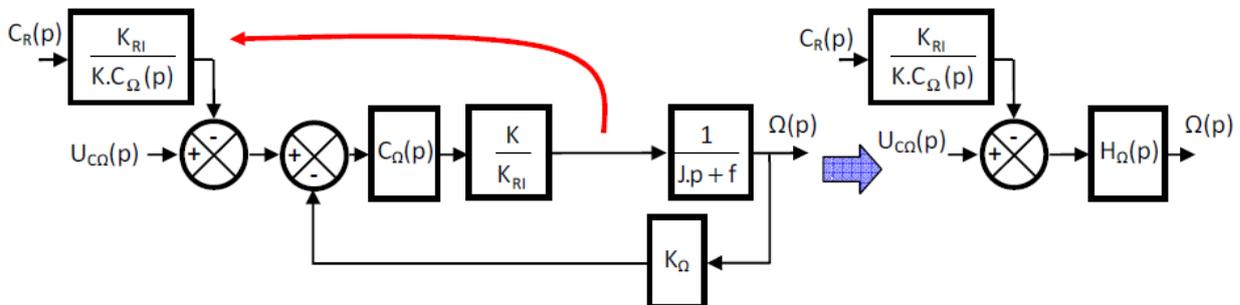
$$H_{\Omega}(p) = \frac{k_1 \cdot K \cdot (1 + T_1 \cdot p)}{T_1 \cdot K_{RI} \cdot J \cdot p^2 + (K_{RI} \cdot f + k_1 \cdot K \cdot K_{\Omega}) \cdot T_1 \cdot p + k_1 \cdot K \cdot K_{\Omega}}$$

**Q.10.**  $H_{\Omega}(p) = \frac{\frac{k_1 \cdot K}{k_1 \cdot K \cdot K_{\Omega}} \cdot (1 + \frac{J}{f} \cdot p)}{\frac{K_{RI}}{k_1 \cdot K \cdot K_{\Omega}} \cdot \frac{J^2}{f} \cdot p^2 + (\frac{K_{RI} \cdot f + k_1 \cdot K \cdot K_{\Omega}}{k_1 \cdot K \cdot K_{\Omega}}) \cdot \frac{J}{f} \cdot p + 1} = \frac{\frac{1}{K_{\Omega}} \cdot (1 + \frac{J}{f} \cdot p)}{\frac{K_{RI}}{k_1 \cdot K \cdot K_{\Omega}} \cdot \frac{J^2}{f} \cdot p^2 + (\frac{K_{RI} \cdot J}{k_1 \cdot K \cdot K_{\Omega}} + \frac{J}{f}) \cdot p + 1}$

$$H_{\Omega}(p) = \frac{\frac{1}{K_{\Omega}} \cdot (1 + \frac{J}{f} \cdot p)}{(1 + \frac{J}{f} \cdot p) \cdot (1 + \frac{K_{RI} \cdot J}{k_1 \cdot K \cdot K_{\Omega}} \cdot p)} = \frac{\frac{1}{K_{\Omega}}}{1 + \frac{K_{RI} \cdot J}{k_1 \cdot K \cdot K_{\Omega}} \cdot p} = \frac{b}{1 + \tau \cdot p} \text{ avec } b = \frac{1}{K_{\Omega}} \text{ et } \tau = \frac{K_{RI} \cdot J}{k_1 \cdot K \cdot K_{\Omega}}$$

A.N. :  $b = \frac{1}{0,0159} = 62,9 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$  et  $\tau = \frac{0,5 \times 0,16 \cdot 10^{-3}}{20 \times 0,115 \times 0,0159} = 2,17 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

**Q.11.** En déplaçant le sommateur vers la gauche le schéma bloc devient :



Si  $U_{C\Omega}(p) = 0 \rightarrow$  on a donc  $\Omega(p) = -H_{\Omega}(p) \cdot \frac{K_{RI} \cdot T_1 \cdot p}{K \cdot k_1 \cdot (1 + T_1 \cdot p)} \cdot C_R(p)$  soit  $H_{\theta}(p) = \frac{\Omega(p)}{C_R(p)} = -\frac{K_{RI} \cdot T_1 \cdot p}{K \cdot k_1 \cdot (1 + T_1 \cdot p)} \cdot \frac{b}{1 + \tau \cdot p}$

$$\omega(t=+\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \omega(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Omega(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{p} \cdot (-\frac{K_{RI} \cdot T_1 \cdot p}{K \cdot k_1 \cdot (1 + T_1 \cdot p)} \cdot \frac{b}{1 + \tau \cdot p}) = 0$$

L'action intégrale du correcteur PI annule l'effet de la perturbation en régime permanent si elle est modélisée par un échelon.

**Q.12.**  $H_p(p) = \frac{\theta_d(p)}{\theta_{Cd}(p)} = \frac{c.r.K_c}{r.K_c} \cdot \text{FTBF} = c \cdot \frac{a.b}{1 + \frac{a.b.c}{p.(1+\tau.p)}} = \frac{a.b.c}{\tau.p^2 + p + a.b.c} = \frac{1}{\frac{\tau}{a.b.c} \cdot p^2 + \frac{1}{a.b.c} \cdot p + 1}$

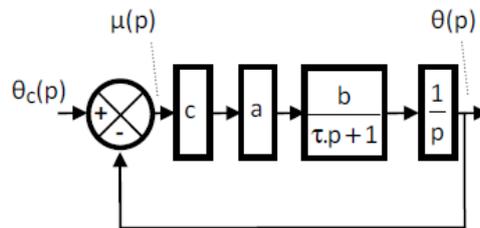
**Q.13.**  $z = 0,7$  permet d'avoir le système le plus rapide possible mais avec un léger dépassement cependant.

Par identification on a :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{a.b.c}{\tau}}$  et  $\frac{2.z}{\omega_0} = \frac{1}{a.b.c} \rightarrow z = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{a.b.c \cdot \tau}}$

Si  $z = 0,7 \rightarrow z = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{a.b.c \cdot \tau}} = 0,7 \rightarrow \frac{1}{a.b.c \cdot \tau} = 4 \times 0,7^2 \rightarrow a = \frac{1}{4 \times 0,7^2 \times b.c \cdot \tau}$

A.N. :  $a = \frac{1}{4 \times 0,7^2 \times 63 \times 40 \times 0,022} = 9,2 \cdot 10^{-3} \text{ V/points.}$

**Q.14.** On peut se ramener à un schéma bloc à retour unitaire en décalant le sommateur vers la gauche.



On peut donc écrire  $\mu(p) = \theta_c(p) - \theta(p) = \theta_c(p) - \mu(p) \cdot \text{FTBO}(p) \rightarrow \theta_c(p) = \mu(p) \cdot (1 + \text{FTBO}(p)) \rightarrow \mu(p) = \frac{\theta_c(p)}{1 + \text{FTBO}(p)}$

**Q.15.** L'erreur s'écrit :  $\mu = \lim_{t \rightarrow +\infty} \mu(t) = \lim_{p \rightarrow 0} \mu(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \theta_c(p) \cdot \frac{1}{1 + \text{FTBO}(p)} = \lim_{p \rightarrow 0} \theta_c(p) \cdot \frac{1}{1 + \frac{a.b.c}{p.(1+\tau.p)}}$

Erreur en position :  $\mu_p = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{a.b.c}{p.(1+\tau.p)}} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{a.b.c}{p.(1+\tau.p)}} = 0$

Erreur en vitesse :  $\mu_v = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{a.b.c}{p.(1+\tau.p)}} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p + \frac{a.b.c}{1+\tau.p}} = \frac{1}{a.b.c}$

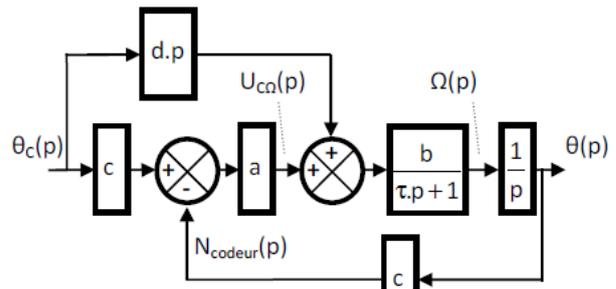
Erreur en accélération :  $\mu_a = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p^3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{a.b.c}{p.(1+\tau.p)}} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p^2 + \frac{2.a.b.c.p}{1+\tau.p}} = +\infty$

L'exigence de précision statique du cahier des charges n'est pas validée car l'erreur en accélération est infinie.

**Q.16.** En manipulant le schéma bloc:

$\frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = \left(\frac{d.p}{a} + c\right) \cdot \text{FTBF} = \left(\frac{d.p}{a} + c\right) \cdot \frac{a.b}{1 + \frac{a.b.c}{p.(1+\tau.p)}}$

$\frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = \left(\frac{d.p + c.a}{a}\right) \cdot \frac{a.b}{p.(1+\tau.p) + a.b.c}$



L'erreur s'écrit :

$$\mu(p) = \theta_c(p) - \theta(p)$$

$$\mu(p) = \theta_c(p) \cdot \left(1 - \left(\frac{d.p + c.a}{a}\right) \cdot \frac{a.b}{p.(1 + \tau.p) + a.b.c}\right)$$

$$\mu(p) = \theta_c(p) \cdot \frac{a.\tau.p^2 + a.p + a^2.b.c - a.b.(d.p + c.a)}{a.\tau.p^2 + a.p + a^2.b.c}$$

$$\mu(p) = \theta_c(p) \cdot \frac{a.\tau.p^2 + a.p + a^2.b.c - a.b.d.p - c.a^2.b}{a.\tau.p^2 + a.p + a^2.b.c}$$

$$\mu(p) = \theta_c(p) \cdot \frac{a.\tau.p^2 + a.p - a.b.d.p}{a.\tau.p^2 + a.p + a^2.b.c}$$

Erreur en position :

$$\mu_p = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} \cdot \frac{a.\tau.p^2 + a.p - a.b.d.p}{a.\tau.p^2 + a.p + a^2.b.c} = 0$$

Erreur en vitesse :

$$\mu_v = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p^2} \cdot \frac{a.\tau.p^2 + a.p - a.b.d.p}{a.\tau.p^2 + a.p + a^2.b.c} = \frac{a - a.b.d}{a^2.b.c} = \frac{1 - b.d}{a.b.c}$$

**Q.17.** On veut  $\mu_v = \frac{1 - b.d}{a.b.c} = 0 \rightarrow d = \frac{1}{b}$

A.N.  $d = \frac{1}{63} \text{ V.s}$

**Q.18.** Avec  $d = \frac{1}{b}$ , erreur en accélération :

$$\mu_a = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p^3} \cdot \frac{a.\tau.p^2 + a.p - a.p}{a.\tau.p^2 + a.p + a^2.b.c} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{a.\tau}{a.\tau.p^2 + a.p + a^2.b.c} = \frac{a.\tau}{a^2.b.c} = \frac{\tau}{a.b.c}$$

A.N. :  $\mu_a = \frac{0,0022}{9,2 \cdot 10^{-3} \times 63 \times 40} = 9,5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2 < 1\% \text{ de la consigne} \rightarrow \text{Exigence validée.}$

