

CLEVER Véhicule pendulé			
	Nb de dents Z	Module (mm)	Diamètre primitif (mm)
Pignon 1	16	2	32
Roue 2	45	2	90
Couronne 3	106	2	212
Pignon 4	24	3	72
Roue 5	34	3	102
Couronne 6	92	3	276

Q.2. Etage 1 : Il s'agit d'un train épicycloïdal de type I

$$\rightarrow \lambda_1 = -\frac{Z_1}{Z_3} = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{6/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{6/0}} \quad (1)$$

$$(1) \rightarrow \lambda_1 \cdot \omega_{1/0} + \omega_{6/0}(1 - \lambda_1) - \omega_{3/0} = 0$$

Etage 2 : Il s'agit d'un train épicycloïdal de type I

$$\rightarrow \lambda_2 = -\frac{Z_4}{Z_6} = \frac{\omega_{6/0} - \omega_{3/0}}{\omega_{4/0} - \omega_{3/0}} \quad (2)$$

$$(2) \rightarrow \lambda_2 \cdot \omega_{4/0} + (1 - \lambda_2) \cdot \omega_{3/0} - \omega_{6/0} = 0$$

Q.3. Première config : $\omega_{1/0} = 0$

$$(1) \rightarrow \omega_{6/0}(1 - \lambda_1) - \omega_{3/0} = 0 \rightarrow \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{6/0}} = 1 - \lambda_1 \rightarrow \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{6/0}} = 1,15 \text{ il s'agit d'un multiplicateur (3^{ème})}$$

Deuxième config : $\omega_{1/0} = \omega_{6/0}$

$$(1) \rightarrow \omega_{1/0} - \omega_{3/0} = 0 \rightarrow \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = 1 \rightarrow \text{il ne s'agit ni d'un multiplicateur ni d'un réducteur ! (2^{ème})}$$

Troisième config : $\omega_{4/0} = 0$

$$(2) \rightarrow (1 - \lambda_2) \cdot \omega_{3/0} = \omega_{6/0}$$

$$(1) \rightarrow \lambda_1 \cdot \omega_{1/0} + \omega_{6/0}(1 - \lambda_1) - \omega_{3/0} = 0 \rightarrow \lambda_1 \cdot \omega_{1/0} + (1 - \lambda_2)(1 - \lambda_1) \cdot \omega_{3/0} - \omega_{3/0} = 0$$

$$\rightarrow \lambda_1 \cdot \omega_{1/0} - (\lambda_2 + \lambda_1(1 - \lambda_2)) \cdot \omega_{3/0} = 0$$

$$\rightarrow \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + \lambda_1(1 - \lambda_2)} \rightarrow \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = 0,334 \text{ il s'agit d'un réducteur (1^{ème})}$$

Quatrième config : $\omega_{6/0} = 0$

$$(1) \rightarrow \lambda_1 \cdot \omega_{1/0} - \omega_{3/0} = 0 \rightarrow \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = \lambda_1 \rightarrow \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = -0,15 \text{ il s'agit d'un réducteur (marche arrière !)}$$

Q.4. Dans le cas de vitesse max :

Le rapport entre le différentiel et le moteur est de 1,15 (multiplicateur) * 0,14 et le différentiel a un rapport de réduction r = 1. Le véhicule a une vitesse max de 100 km/h le diamètre des roues est de 71 cm donc :

$$\omega_{roue} = \frac{V}{R_{roue}} = \frac{100 / 3.6}{0.355} = 78,25 \text{ rad/s} \rightarrow \omega_{mot} = \frac{\omega_{roue}}{1,15 * 0,14} = \frac{78,25}{1,15 * 0,14} = 486 \text{ rad/s} \approx 4644 \text{ tr/min}$$

Exemples de boîte de vitesse

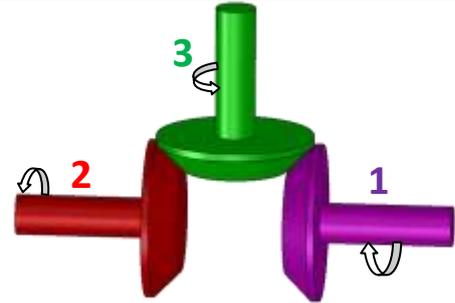
Je vous laisse faire le calcul ! ...

Différentiel de voiture

Q.1. Il y a inversion du sens de rotation entre 1 et 2 → λ est négatif.

Q.2. $\lambda = -\frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_3 \cdot Z_2}$ or ici $Z_1 = Z_2 \rightarrow \lambda = -1$

Q.15. $\frac{\omega_{S/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{e/0} - \omega_{PS/0}} = -1 \rightarrow \frac{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{2/0} - \omega_{4/0}} = -1$



Q.3. Roue gauche est bloquée : $\omega_{2/0} = 0 \rightarrow \frac{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}}{-\omega_{4/0}} = -1 \rightarrow \omega_{1/0} = 2 \cdot \omega_{4/0}$

Q.4. $\omega_{1/0} = 300 \text{tr/min} \rightarrow \omega_{4/0} = 150 \text{tr/min}$

Moyeu Shimano Nexus Inter 7

Q.1. L'embrayage solidarise les deux ensembles cinématiques qui lui sont liés lorsqu'on l'active.

$\begin{cases} R1 \Rightarrow \omega_4 = \omega_{31} \\ R2 \Rightarrow \omega_{1'1} = 0 \\ R3 \Rightarrow \omega_{1''1} = 0 \\ R4 \Rightarrow \omega_{1'2} = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} R5 \Rightarrow \omega_{32} = \omega_1 \\ R6 \Rightarrow \omega_{1''2} = 0 \\ R7 \Rightarrow \omega_4 = \omega_1 \end{cases}$
---	---

Q.2. On identifie au préalable les éléments du train :

- Satellite : 2'1
- Porte-satellite : 4
- Planétaire 1 : 31
- Planétaire 2 : 1'1

Pour la première partie du train 1, la relation de Willis donne :

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{31} - \omega_4}{\omega_{1'1} - \omega_4} &= (-1)^1 \frac{Z_{1'1} \cdot Z_{2'1}}{Z_{31} \cdot Z_{2'1}} \\ \Rightarrow \omega_{31} - \omega_4 &= -\frac{Z_{1'1}}{Z_{31}} (\omega_{1'1} - \omega_4) \\ \Rightarrow \omega_{1'1} + \frac{Z_{31}}{Z_{1'1}} \omega_{31} + \left(-\frac{Z_{31}}{Z_{1'1}} - 1\right) \omega_{41} &= 0 \end{aligned}$$

⇒ $\omega_{1'1} - \lambda_{1'} \omega_{31} + (\lambda_{1'} - 1) \omega_4 = 0$ avec $\lambda_{1'} = -\frac{Z_{31}}{Z_{1'1}}$ (1)

Remarque : avec la technique utilisée ici, le choix de l'ordre des planétaires est arbitraire. On aboutit sur la même équation. L'ordre est volontairement inversé dans la réponse à la question suivante.

Q.3. On identifie au préalable les éléments du train :

- Satellite : 2'1 et 2''1
- Porte-satellite : 4
- Planétaire 1 : 1''1
- Planétaire 2 : 31

Pour la première partie du train 1, la relation de Willis donne :

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{1''1} - \omega_4}{\omega_{31} - \omega_4} &= (-1)^1 \frac{Z_{31} \cdot Z_{2''1}}{Z_{1''1} \cdot Z_{2'1}} \\ \Rightarrow \omega_{1''1} - \omega_4 &= -\frac{Z_{31} \cdot Z_{2''1}}{Z_{1''1} \cdot Z_{2'1}} (\omega_{31} - \omega_4) \\ \Rightarrow \omega_{1''1} + \frac{Z_{31} \cdot Z_{2''1}}{Z_{1''1} \cdot Z_{2'1}} \omega_{31} + \left(-\frac{Z_{31} \cdot Z_{2''1}}{Z_{1''1} \cdot Z_{2'1}} - 1\right) \omega_4 &= 0 \end{aligned}$$

⇒ $\omega_{1''1} - \lambda_{1''} \omega_{31} + (\lambda_{1''} - 1) \omega_4 = 0$ avec $\lambda_{1''} = -\frac{Z_{31} \cdot Z_{2''1}}{Z_{1''1} \cdot Z_{2'1}}$ (2)

Q.4. En remarquant que les deux trains sont de dispositions constructives identiques, on obtient directement les équations suivantes (oui, la pièce 32 est bien une couronne) :

$$\Rightarrow \boxed{\omega_{1'2} - \lambda_{2'} \omega_{32} + (\lambda_{2'} - 1)\omega_4 = 0 \quad \text{avec} \quad \lambda_{2'} = -\frac{Z_{32}}{Z_{1'2}}} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_{1''2} - \lambda_{2''} \omega_{32} + (\lambda_{2''} - 1)\omega_4 = 0 \quad \text{avec} \quad \lambda_{2''} = -\frac{Z_{32} \cdot Z_{2''2}}{Z_{1''2} \cdot Z_{2'2}}} \quad (4)$$

Q.5. On cherche le rapport de réduction global du moyeu : ω_1/ω_{31}

A : les embrayages bloqués sont 2,6 et 7. Ainsi :

$$\omega_{1'1} = 0 \quad \omega_{1''2} = 0 \quad \omega_4 = \omega_1$$

$$(1) \Rightarrow -\lambda_{1'} \omega_{31} + (\lambda_{1'} - 1)\omega_1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_A = \frac{\lambda_{1'}}{\lambda_{1'} - 1}} \quad AN: \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_A = 0,637}$$

B : les embrayages bloqués sont 3,6 et 7. Ainsi :

$$\omega_{1''1} = 0 \quad \omega_{1'2} = 0 \quad \omega_4 = \omega_1$$

$$(2) \Rightarrow -\lambda_{1''} \omega_{31} + (\lambda_{1''} - 1)\omega_1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_B = \frac{\lambda_{1''}}{\lambda_{1''} - 1}} \quad AN: \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_B = 0,741}$$

C : les embrayages bloqués sont 2,5 et 6. Ainsi :

$$\omega_{1'1} = 0 \quad \omega_{32} = \omega_1 \quad \omega_{1''2} = 0$$

$$\begin{cases} (1) \Rightarrow -\lambda_{1'} \omega_{31} + (\lambda_{1'} - 1)\omega_4 = 0 \\ (4) \Rightarrow -\lambda_{2''} \omega_1 + (\lambda_{2''} - 1)\omega_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\lambda_{1'} (\lambda_{2''} - 1)\omega_{31} + \lambda_{2''}(\lambda_{1'} - 1)\omega_1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_C = \frac{\lambda_{1'} (\lambda_{2''} - 1)}{\lambda_{2''}(\lambda_{1'} - 1)}} \quad AN: \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_C = 0,85}$$

D : les embrayages bloqués sont 2,4 et 5. Ainsi :

$$\omega_{1'1} = 0 \quad \omega_{1'2} = 0 \quad \omega_{32} = \omega_1$$

$$\begin{cases} (1) \Rightarrow -\lambda_{1'} \omega_{31} + (\lambda_{1'} - 1)\omega_4 = 0 \\ (3)(4) \Rightarrow -\lambda_{2'} \omega_{32} + (\lambda_{2'} - 1)\omega_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\lambda_{1'} (\lambda_{2'} - 1)\omega_{31} + \lambda_{2'}(\lambda_{1'} - 1)\omega_1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_D = \frac{\lambda_{1'} (\lambda_{2'} - 1)}{\lambda_{2'}(\lambda_{1'} - 1)}} \quad AN: \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_D = 0,985}$$

F : les embrayages bloqués sont 1, 6 et 7. Ainsi : $\omega_4 = \omega_{31} \quad \omega_{1''2} = 0 \quad \omega_4 = \omega_1$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_F = 1}$$

E : les embrayages bloqués sont 3,5 et 6. Ainsi :

$$\omega_{1''1} = 0 \quad \omega_{32} = \omega_1 \quad \omega_{1'2} = 0$$

$$\begin{cases} (2)(1) \Rightarrow -\lambda_{1''} \omega_{31} + (\lambda_{1''} - 1)\omega_4 = 0 \\ (4)(4) \Rightarrow -\lambda_{2''} \omega_{32} + (\lambda_{2''} - 1)\omega_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\lambda_{1''} (\lambda_{2''} - 1)\omega_{31} + \lambda_{2''}(\lambda_{1''} - 1)\omega_1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_E = \frac{\lambda_{1''} (\lambda_{2''} - 1)}{\lambda_{2''}(\lambda_{1''} - 1)}} \quad AN: \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_E = 0,98}$$

G : les embrayages bloqués sont 3, 4 et 5. Ainsi :

$$\omega_{1''1} = 0 \quad \omega_{1'2} = 0 \quad \omega_{32} = \omega_1$$

$$\begin{cases} (2)(1) \Rightarrow -\lambda_{1''} \omega_{31} + (\lambda_{1''} - 1)\omega_4 = 0 \\ (3)(4) \Rightarrow -\lambda_{2'} \omega_{32} + (\lambda_{2'} - 1)\omega_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\lambda_{1''} (\lambda_{2'} - 1)\omega_{31} + \lambda_{2'}(\lambda_{1''} - 1)\omega_1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_G = \frac{\lambda_{1''} (\lambda_{2'} - 1)}{\lambda_{2'}(\lambda_{1''} - 1)}} \quad AN: \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_G = 1,145}$$

H : les embrayages bloqués sont 1, 5 et 6. Ainsi :

$$\omega_4 = \omega_{31} \quad \omega_{32} = \omega_1 \quad \omega_{1''2} = 0$$

$$(4) \Rightarrow -\lambda_{2''} \omega_1 + (\lambda_{2''} - 1)\omega_{31} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_H = 1 - \frac{1}{\lambda_{2''}}} \quad AN: \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_H = 1,335}$$

I : les embrayages bloqués sont 1, 4 et 5. Ainsi :

$$\omega_4 = \omega_{31} \quad \omega_{1'2} = 0 \quad \omega_{32} = \omega_1$$

$$(3) \Rightarrow -\lambda_{2'} \omega_1 + (\lambda_{2'} - 1)\omega_{31} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_I = 1 - \frac{1}{\lambda_{2'}}} \quad AN: \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_{31}} \Big|_I = 1,545}$$

Q.6. Les rapports des configurations D, E et F sont très proches. Une seule est alors retenue, portant à 7 le nombre de vitesses. Comme la configuration F correspond à tous les trains d'engrenages bloqués, c'est celle qui engendrerait le moins de pertes par frottement. C'est intuitivement la configuration qu'on retiendrait.

NB : en réalité, le rapport E est retenu à cause de contraintes supplémentaires de réalisation pratique des embrayages.