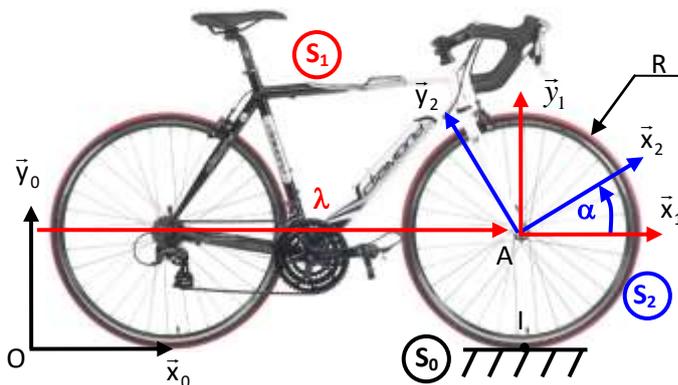
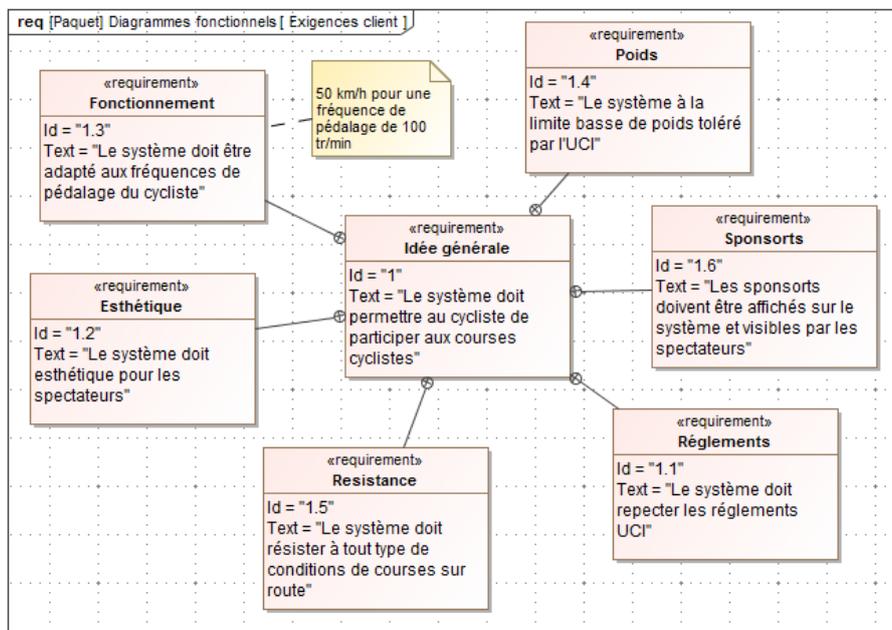


Roue de vélo sur le sol

On s'intéresse à un vélo de course dont on donne ci-dessous une partie de la modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.



On considère que le vélo avance, les roues de rayon R ($R = 350\text{mm}$) roulent alors sans glisser sur le sol. La position du vélo (point A) est repérée par la longueur $\lambda(t)$ et la rotation de la roue par l'angle $\alpha(t)$. L'objectif est de définir la relation entre la rotation de la roue du vélo et la vitesse du vélo qui permettra ensuite de vérifier le critère de performance du cahier des charges.



Q.1. Construire un schéma cinématique permettant de modéliser le système ainsi que les figures planes de repérage/paramétrage.

Q.2. Exprimer la condition de roulement sans glissement en I.

Q.3. En déduire la relation entre $\dot{\lambda}$ et $\dot{\alpha}$.

Q.4. Pour un braquet 51×14 , déterminer la fréquence de pédalage (en tour/min) d'un coureur cycliste (professionnel^^) lorsque celui-ci roule à une vitesse de 50 km/h. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

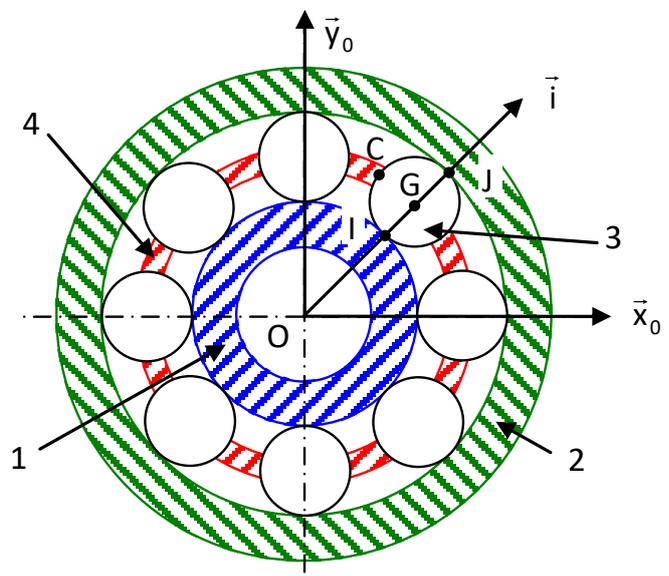
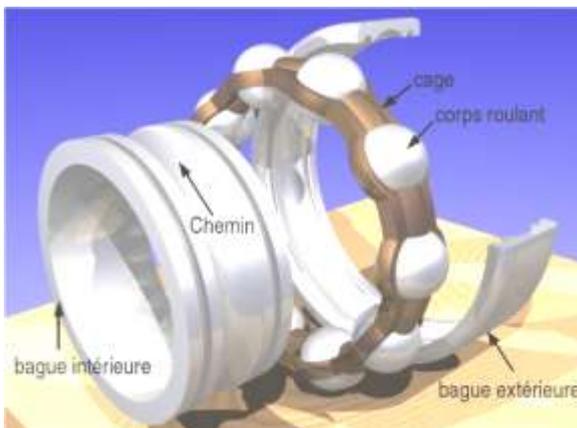
Remarque : un braquet 51×14 correspond au nombre de dents du plateau puis du pignon de la roue arrière, il s'agit ici d'un braquet pour du plat. En montagne des braquets autour de 38×23 sont plutôt utilisés.

Roulement à billes

Un roulement mécanique est un élément technologique permettant le positionnement, la transmission des efforts et la rotation entre deux pièces par roulement. Ce composant mécanique interposé entre les deux pièces optimise le frottement et la précision de la liaison. Un roulement à billes se présente sous la forme de deux bagues coaxiales entre lesquelles sont placées des billes maintenues espacées par une cage. La fonction de la cage est donc de maintenir deux billes consécutives à distance égale l'une de l'autre lors du fonctionnement du roulement mais elle entraîne aussi des effets nuisibles car il existe un phénomène de glissement entre la cage et les billes. L'objectif est d'étudier ce phénomène de glissement.

On désigne par :

- $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère associé au bâti 0.
- $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1 = \vec{z}_0)$ le repère associé à la bague intérieure 1 en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le bâti 0 tel que $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.
- $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2 = \vec{z}_0)$ le repère associé à la bague extérieure 2 en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le bâti 0 tel que $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$.
- $R_3(G, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3 = \vec{z}_0)$ le repère associé à la bille 3 qui roule sans glisser sur 1 en I et sur 2 en J et dont on peut considérer qu'elle est en liaison pivot d'axe (G, \vec{z}_0) avec la cage 4 tel que $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$.
- $R_4(O, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4 = \vec{z}_0)$ le repère associé à la cage 4 en mouvement de rotation autour de (O, \vec{z}_0) tel que $\theta_4 = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4)$.



Pour faciliter les calculs on définit le repère $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{z}_0)$ tel que, à tout instant, le vecteur \vec{i} possède la même direction et le même sens que le vecteur \vec{OG} . Ce repère n'est lié à aucun solide en particulier et ne sert qu'à exprimer simplement les différents termes cinématiques évoqué dans l'énoncé. On pose :

$$\omega_k = \dot{\theta}_k \quad (k = 1, 2, 3, 4) \qquad \vec{OI} = r_1 \cdot \vec{i} \qquad \vec{OJ} = r_2 \cdot \vec{i} \qquad \vec{GC} = \frac{1}{2} \cdot (r_2 - r_1) \cdot \vec{j}$$

Q.1. Déterminer le torseur cinématique $\{C_{1/0}\}$ au point O puis au point I. Déterminer le torseur cinématique $\{C_{2/0}\}$ au point O puis au point J.

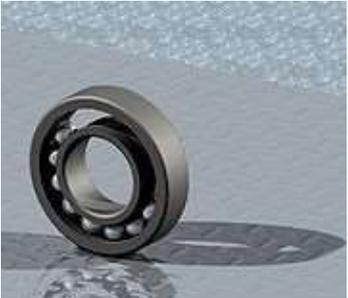
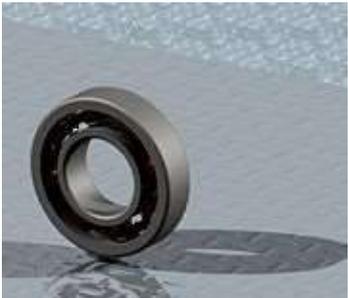
Q.2. Exprimer les conditions de roulement sans glissement en I et en J. Etablir les expressions des vecteurs $\vec{V}_{I \in 3/0}$ et $\vec{V}_{J \in 3/0}$.

Q.3. En déduire l'expression de ω_3 en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 et ω_2 .

Q.4. Déterminer $\overrightarrow{V_{G \in 3/0}}$ en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 et ω_2 .

Q.5. Déterminer l'expression de la vitesse de glissement de la bille 3 par rapport à la cage 4 au point C en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 et ω_2 .

Un peu de culture technique : Etapes d'assemblage d'un roulement rigide à une rangée de billes.

	<p>Les billes sont disposées jointives sur le chemin de roulement de la bague extérieure. Leur espacement final sera garanti par la cage (demi-cage en arrière plan).</p>
	<p>On peut alors engager la bague intérieure. Le nombre d'éléments roulants est en partie limité par cette contrainte de montage. Trop nombreux la bague ne peut pas entrer, le montage n'est donc pas possible, même si en position théorique finale les pièces semblent avoir assez de place !</p>
	<p>La bague intérieure se centre naturellement par appui sur les billes en s'engageant radialement dans l'arc qu'elles forment. L'amplitude de cet arc est limitée de telle sorte que la bague intérieure puisse effectivement se mettre en place (limitation encore une fois du nombre de billes).</p>
	<p>Les billes sont enfin écartées pour prendre la répartition circulaire finale correspondant à la cage de roulement.</p>
	<p>Les deux parties de la cage sont rapportées de part et d'autre puis assemblées par rivetage, collage, ou soudage suivant les tailles, les qualités ou les constructeurs.</p>