Préhenseur de pièces – Corrigé

Q.1. On a $V_M(p) = K_7.\theta_b(p)$ et $U_c(p) = K_1.\theta_c(p)$

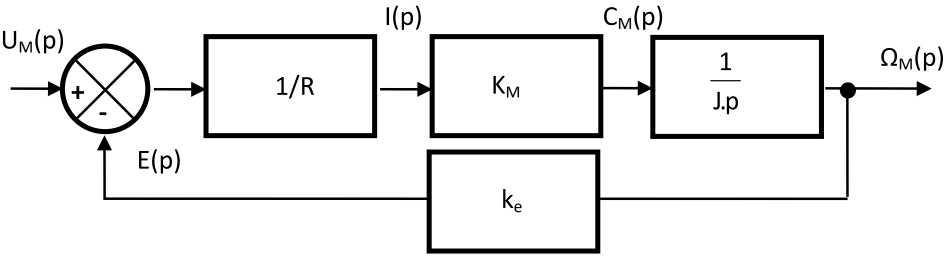
d'où : $\varepsilon(p) = U_c(p) - V_M(p) = K_1.\theta_c(p) - K_7.\theta_b(p) = 0$ → si $\theta_c(p) = \theta_b(p)$ alors $K_1 = K_7$.

Q.2. $u_M(t) = e(t) + R.i(t)$ → $U_M(p) = E(p) + R.I(p)$

$e(t) = k_e.\omega_M(t)$ → $E(p) = k_e.\Omega_M(p)$

$J.\dfrac{d\omega_M(t)}{dt} = C_M(t)$ → $J.p\ \Omega_M(p) = C_M(p)$

$C_M(t) = k_M.i(t)$ → $C_M(p) = k_M.I(p)$



$$H_3(p)=\frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)}=\frac{1}{k_e}.\frac{\frac{k_M.k_e}{R.J.p}}{1+\frac{k_M.k_e}{R.J.p}}=\frac{1}{k_e}.\frac{k_M.k_e}{R.J.p+k_M.k_e}=\frac{1}{k_e}.\frac{1}{1+\frac{R.J}{k_M.k_e}.p}=\frac{K_3}{(1+T_3.p)}$$ avec $K_3=\dfrac{1}{k_e}$ et $T_3=\dfrac{R.J}{k_M.k_e}$

Q.3. $\omega_M(t)=K_3.U_0.\left(1-e^{-\frac{t}{T_3}}\right).u(t)$ → ***voir cours réponse indicielle 1^er^ ordre***

- **Valeur de $\omega_M(t)$ à l'origine :** $\omega_M(t) = 0$ pour $t = 0$.
- **Pente à l'origine :**

$$\omega_M'(0^+)=\lim_{t\to0^+}\omega_M'(t)=\lim_{p\to\infty}p.[p.\Omega_M(p)]=\lim_{p\to\infty}p^2.\frac{K_3.U_0}{p.(1+T_3.p)}=\frac{K_3.U_0}{T_3} \rightarrow \boxed{\text{Pente à l'origine }=\frac{K_3.U_0}{T_3}}$$

Théorème de la valeur initiale

Transformée de la dérivée (CI nulles)

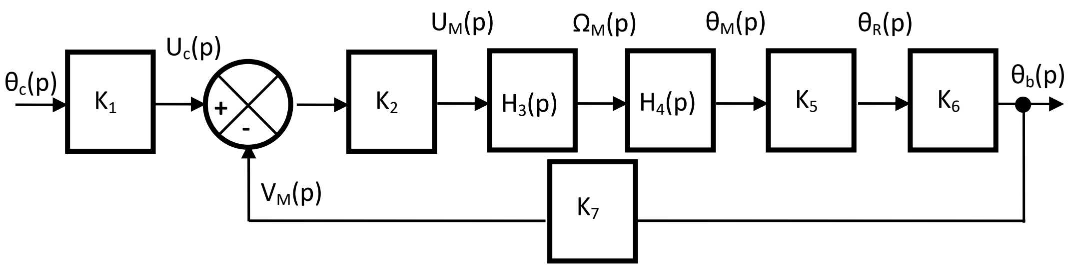
- **Ordonnée en $+\infty$:**

$$\omega_M(+\infty)=\lim_{t\to+\infty}\omega_M(t)=\lim_{p\to0}p.\Omega_M(p)=K_3.U_0 \rightarrow \boxed{\omega_M(+\infty)=K_3.U_0}$$

Théorème de la valeur finale

Q.4. $\dfrac{d\theta_M(t)}{dt} = \omega_M(t)$ → $p.\theta_M(p) = \Omega_M(t)$ → $H_4(p)=\dfrac{\theta_M(p)}{\Omega_M(p)}=\dfrac{1}{p}$.

Q.5.
Schéma bloc :



Calcul de la FTBF : $H(p)=\dfrac{\theta_b(p)}{\theta_c(p)}=K_1.\dfrac{\theta_b(p)}{U_c(p)}=K_1.\dfrac{1}{K_7}.\dfrac{K_2.H_3(p).H_4(p).K_5.K_6.K_7}{1+K_2.H_3(p).H_4(p).K_5.K_6.K_7}=K_1.\dfrac{1}{K_7}.\dfrac{\dfrac{K_2.K_3.K_5.K_6.K_7}{(1+T_3.p)}.\dfrac{1}{p}}{1+\dfrac{K_2.K_3.K_5.K_6.K_7}{(1+T_3.p)}.\dfrac{1}{p}}$

On pose K_{BO} gain boucle ouverte tel que : $K_{BO} = K_2.K_3.K_5.K_6.K_7$

$$H(p)=\frac{K_1}{K_7}.\frac{K_{BO}}{T_3.p^2+p+K_{BO}}=\frac{\dfrac{K_1}{K_7}}{\dfrac{T_3}{K_{BO}}.p^2+\dfrac{1}{K_{BO}}p+1}=\frac{K}{(1+\dfrac{2.z}{\omega_0}p+\dfrac{1}{\omega_0{}^2}p^2)}$$ avec :

$K=\dfrac{K_1}{K_7}=1$ si $K_1=K_7$ (Q.1.) , $\omega_0=\sqrt{\dfrac{K_{BO}}{T_3}}$ et $z=\dfrac{1}{2}.\sqrt{\dfrac{1}{K_{BO}.T_3}}$ et $K_{BO} = K_2.K_3.K_5.K_6.K_7$ (K_{BO} en s^{-1})

Q.6.

A l'aide de l'abaque annexe 1 du cours 07, on obtient graphiquement z = 0,2.

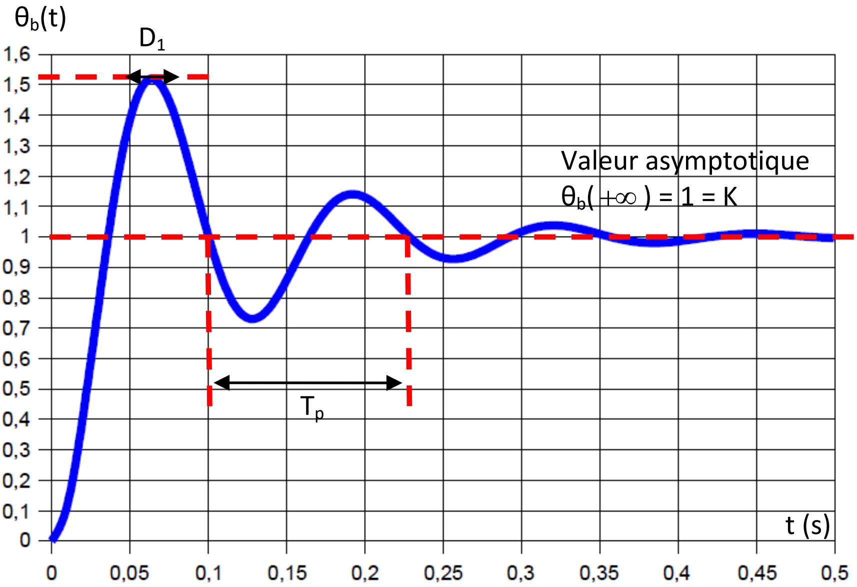
Valeur asymptotique : Graphiquement on lit $\theta_b(+\infty) = 1 \rightarrow K = 1$.

La période des oscillations amorties est $T_p=\dfrac{2\pi}{\omega_p}=\dfrac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-z^2}}$.

Graphiquement on lit $T_p = 0,13$ s

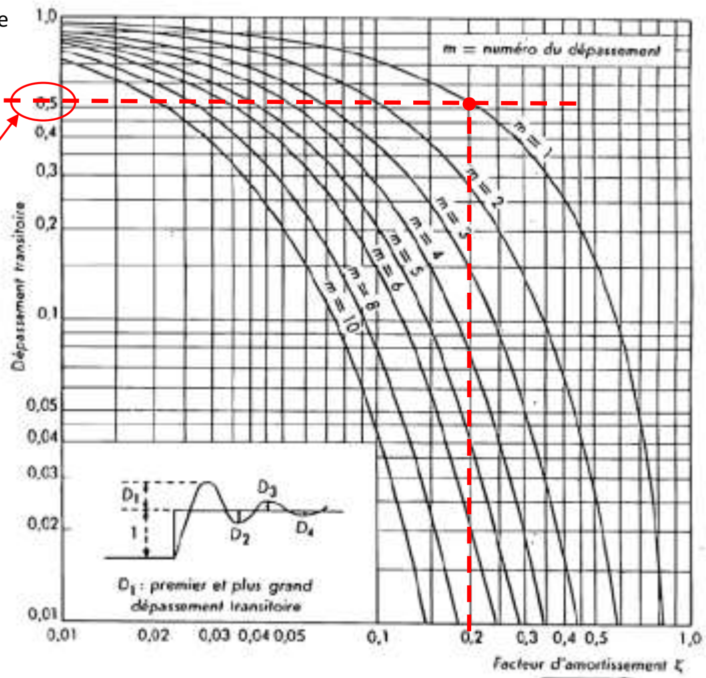
$\rightarrow \omega_0=\dfrac{2\pi}{T_p.\sqrt{1-z^2}}=\dfrac{2\pi}{0,13.\sqrt{1-0,2^2}}$

$\omega_0 = 49$ rad/s.

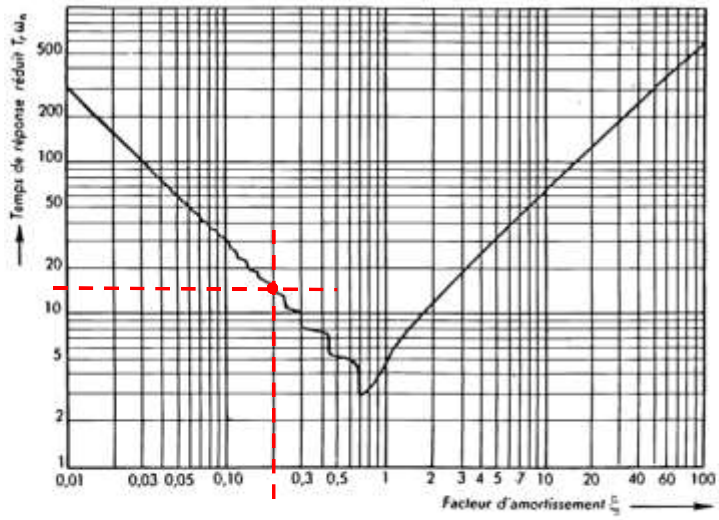


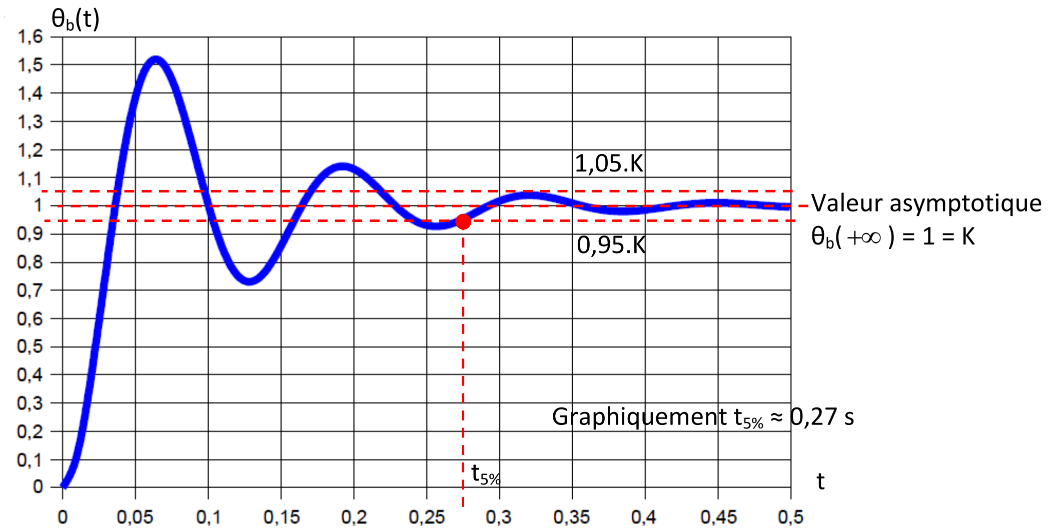
Valeur du dépassement transitoire

$0,52=\dfrac{52}{100}$ $\rightarrow D_1=52\%$

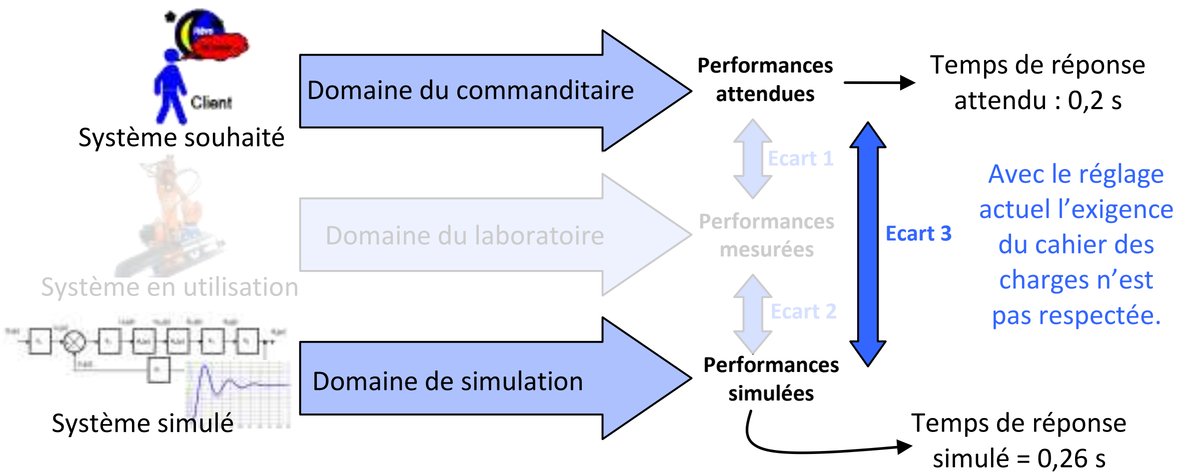


Q.7. Pour z = 0,2 on lit sur l'annexe 2 cours 07 $t_{5\%}.\omega_0 \approx 13 \rightarrow t_{5\%}=\dfrac{13}{49}=0,26s$ → Exigence 1.2.1 non vérifiée.


Temps de réponse réduit $T_r\omega_n$
500
200
100
50
20
10
5
2
1
0,01
0,03 0,05
0,10
0,3 0,5
1
2 3 4 5 7 10
20
40 60 100
Facteur d'amortissement ξ


$\theta_b(t)$
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
1,05.K
0,95.K
Valeur asymptotique
$\theta_b(+\infty) = 1 = K$
Graphiquement $t_{5\%} \approx 0,27$ s
$t_{5\%}$
t
0
0,05
0,1
0,15
0,2
0,25
0,3
0,35
0,4
0,45
0,5

Q.8. Synthèse :


Client
Système souhaité
Domaine du commanditaire
Performances attendues
Temps de réponse attendu : 0,2 s
Ecart 1
Domaine du laboratoire
Performances mesurées
Ecart 3
Avec le réglage actuel l'exigence du cahier des charges n'est pas respectée.
Système en utilisation
Ecart 2
Domaine de simulation
Performances simulées
Système simulé
Temps de réponse simulé = 0,26 s

Etude de l'asservissement d'une unité dentaire – Corrigé

Q.1. H(p) : moteur et G(p) : réducteur à engrenages.

Q.2. $\dfrac{\Omega_v(p)}{\Omega_c(p)} = \dfrac{C(p).H(p).G(p)}{1 + C(p).H(p).G(p)}$

Q.3. $u(t) = e(t) + R.i(t) + L.\dfrac{di(t)}{dt}$ → $U(p) = E(p) + R.I(p) + L.p.I(p)$

$e(t) = k_e.\omega_m(t)$ → $E(p) = k_e.\Omega_m(p)$

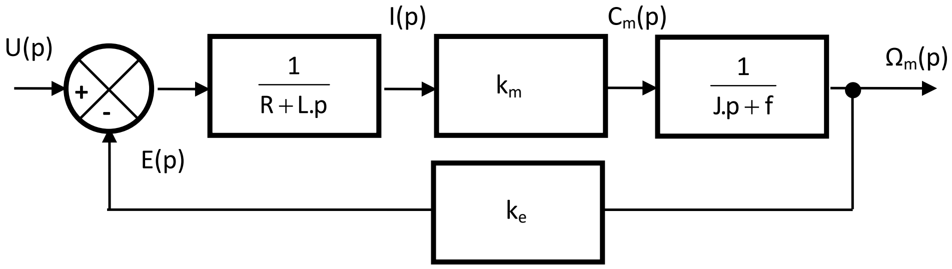
$J.\dfrac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - f.\omega_m(t)$ → $J.p\ \Omega_m(p) = C_m(p) - f.\ \Omega_m(p)$

$C_m(t) = k_m.i(t)$ → $C_m(p) = k_m.I(p)$

Q.4. $$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{1}{k_e}.\frac{\dfrac{k_m.k_e}{(R+Lp).(J.p+f)}}{1+\dfrac{k_m.k_e}{(R+Lp).(J.p+f)}} = \frac{1}{k_e}.\frac{k_m.k_e}{(R+Lp).(J.p+f)+k_m.k_e} = \frac{1}{k_e}.\frac{k_m.k_e}{L.J.p^2+(R.J+L.f).p+f.R+k_m.k_e}$$

$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{1}{k_e}.\frac{\dfrac{k_m.k_e}{f.R+k_m.k_e}}{1+\dfrac{(R.J+L.f)}{f.R+k_m.k_e}.p+\dfrac{L.J}{f.R+k_m.k_e}.p^2} = \frac{K}{(1+\dfrac{2.z}{\omega_0}p+\dfrac{1}{\omega_0^{\ 2}}p^2)}$$

avec $K = \dfrac{k_m}{f.R+k_m.k_e}$, $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{f.R+k_m.k_e}{L.J}}$ et $z = \dfrac{1}{2}.\dfrac{R.J+L.f}{\sqrt{L.J.(f.R+k_m.k_e)}}$.

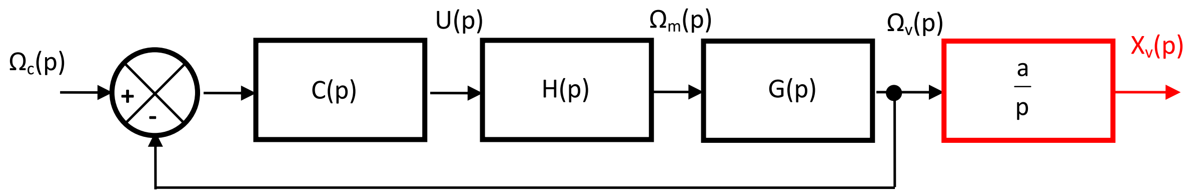


Si on utilise un correcteur proportionnel, l'application numérique des grandeurs physiques permet de trouver la fonction de transfert simplifiée suivante : $\dfrac{\Omega_v(p)}{\Omega_c(p)} = \dfrac{K_T}{1+T_T.p}$, avec K_T=0,9 et T_T=0,1s

Q.5. $\omega_c(t) = \omega_{c0}.u(t)$ → $\Omega_c(p) = \dfrac{\omega_{c0}}{p}$ → système du 1^er ordre → $\omega_v(t) = K_T.\omega_{c0}.\left(1-e^{-\frac{t}{T_T}}\right).u(t)$

Q.6. $t_{5\%} = 3.\tau = 0,3s$ ($\tau = T_T = 0,1s$) → ***voir cours 06 réponse indicielle 1^er ordre.***

Q.7.et 8. $\dfrac{dx_v(t)}{dt} = a.\omega_v(t)$ → $p.X_v(p) = a.\ \Omega_v(p)$



$X_v(p) = \frac{a}{p} \cdot \frac{K_T}{1+T_T.p} .\Omega_c(p) \quad \rightarrow \quad X_v(p) = \frac{a}{p} \cdot \frac{K_T}{1+T_T.p} \cdot \frac{\omega_{c0}}{p}$

→ Réponse d'un système du premier ordre à une rampe : $x_v(t) = a.K_T.\omega_{c0}\left(t - T_T + T_T.e^{-\frac{t}{T_T}}\right).u(t)$

→ voir cours 06 réponse à une rampe 1^er^ ordre

Q.9. $\frac{\Omega_v(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{1}{1+2.p+p^2}$ → système du $2^{ème}$ ordre avec K=1, ω_0 =1 et z=1.

→ Réponse d'un système du 2^{nd} ordre à un échelon $\omega_c(t) = \omega_{c0}.u(t)$:

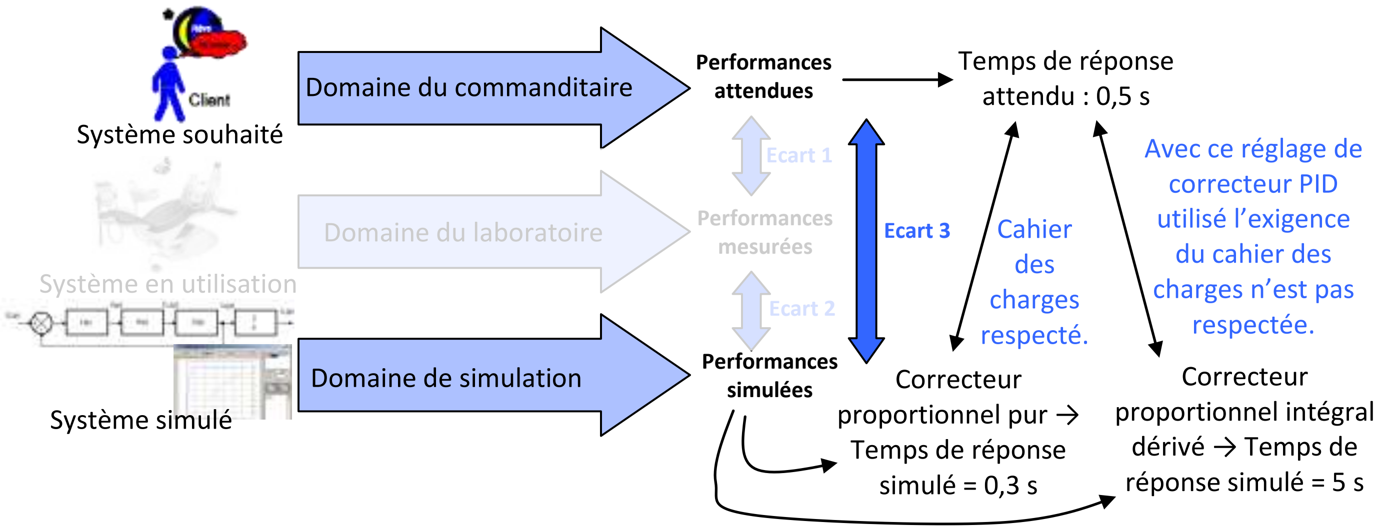
$\omega_c(t) = \omega_{c0}.\left(1 - e^{-t} - t.e^{-t}\right).u(t)$

Régime permanent *Régime transitoire*

→ voir cours réponse 07 indicielle 2^ème^ ordre pour z=1 (Rappel : $s(t) = K\left(1 - e^{-\omega_0.t} - \omega_0.t.e^{-\omega_0.t}\right).u(t)$)

Q.10. $t_{5\%}.\omega_0 = 5$ (annexe 2 cours 07) soit $t_{5\%}$ = 5s → système plus lent qu'avec correcteur proportionnel.

Q.11. Synthèse :



Résultats obtenus avec un logiciel de simulation (gratuit) : Easy Reg