

CHAPITRE 2
MODELISATION DES SLCI
CORRECTION

EXERCICE 5 : BATEAU SUPPORT DE ROV

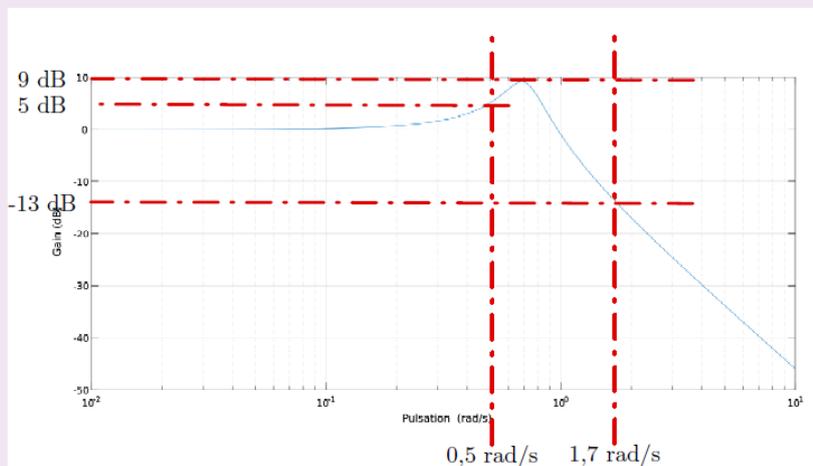
Q1.

Correction La définition du gain en décibel de la fonction de transfert $B(j\omega)$ est $G_{dB}(\omega) = 20 \log \left| \frac{Y_S(j\omega)}{Y_{vague}(j\omega)} \right|$.
 L'exigence Id 1.1 impose une amplitude maximale du ROV de 1 m pour 5 m de houle soit :

$$G_{dB}(\omega) < 20 \log \frac{1}{5} \approx -14 \text{ dB } \forall \omega \in [0,5; 1,7] \text{ rad/s.}$$

Q2.

Correction On observe un phénomène de résonance, le système amplifie la houle entre 0,5 et 1 rad/s et l'atténue à une valeur maximale de 13-14 dB pour 1,7 rad/s. Le système ne répond donc pas à l'exigence d'atténuation d'une houle de 5 m.



Q3.

Correction On écrit les équations (1) et (2) dans le domaine de Laplace en tenant compte de l'hypothèse de fluide incompressible :

$$Sp(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)) + C_{qR}(\Delta P_G(p) - \Delta P_E(p)) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}}(\Delta P_E(p) - \Delta P_G(p)) = p\Delta P_G(t). \quad (2)$$

L'équation (2) donne :

$$\Delta P_G(t) \left(p + \frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}} \right) = \frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}} \Delta P_E(p),$$

$$\Delta P_G(t) = \frac{rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0} + rP_{G0}C_{qR}} \Delta P_E(p).$$

En remplaçant dans (1), on obtient :

$$Sp(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)) + C_{qR} \left(\frac{rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0} + rP_{G0}C_{qR}} \Delta P_E(p) - \Delta P_E(p) \right) = 0,$$

$$Sp(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)) = C_{qR} \left(1 - \frac{rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0} + rP_{G0}C_{qR}} \right) \Delta P_E(p),$$

$$\Delta P_E(p) = \frac{Sp}{C_{qR}} \frac{pV_{G0} + rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0}} (Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)),$$

$$\Delta P_E(p) = \frac{S}{C_{qR}} \frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}} \left(\frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}} p + 1 \right) (Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)).$$

Enfin, on obtient :

$$\Delta P_E(p) = \frac{SrP_{G0}}{V_{G0}} \left(\frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}} p + 1 \right) (Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)).$$

Par identification :

$$K_1 = \frac{SrP_{G0}}{V_{G0}} \text{ et } \tau = \frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}}.$$

Q4.

Correction La transformée de Laplace de (3) est :

$$\alpha p^2 Y_{\text{ROV}}(p) + \beta p (Y_{\text{ROV}}(p) - Y_h(p)) = \gamma \Delta P_E(p).$$

En utilisant (4), on obtient :

$$\alpha p^2 Y_{\text{ROV}}(p) + \beta p (Y_{\text{ROV}}(p) - Y_h(p)) = \gamma K_1 (\tau_1 p + 1) (Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)),$$

$$(\alpha p^2 + \beta p + \gamma K_1 (\tau_1 p + 1)) Y_{\text{ROV}}(p) = (\gamma K_1 (\tau_1 p + 1) + \beta p) Y_h(p).$$

On obtient :

$$H(p) = \frac{\gamma K_1 (\tau_1 p + 1) + \beta p}{\alpha p^2 + \beta p + \gamma K_1 (\tau_1 p + 1)},$$

$$H(p) = \frac{\gamma K_1 + (\gamma K_1 \tau_1 + \beta)p}{\alpha p^2 + (\beta + \gamma K_1 \tau_1)p + K_1 \gamma}.$$

Donc :

$$H(p) = \frac{1 + \frac{\gamma K_1 \tau_1 + \beta}{K_1 \gamma} p}{1 + \frac{\beta + \gamma K_1 \tau_1}{K_1 \gamma} p + \frac{\alpha}{K_1 \gamma} p^2}$$

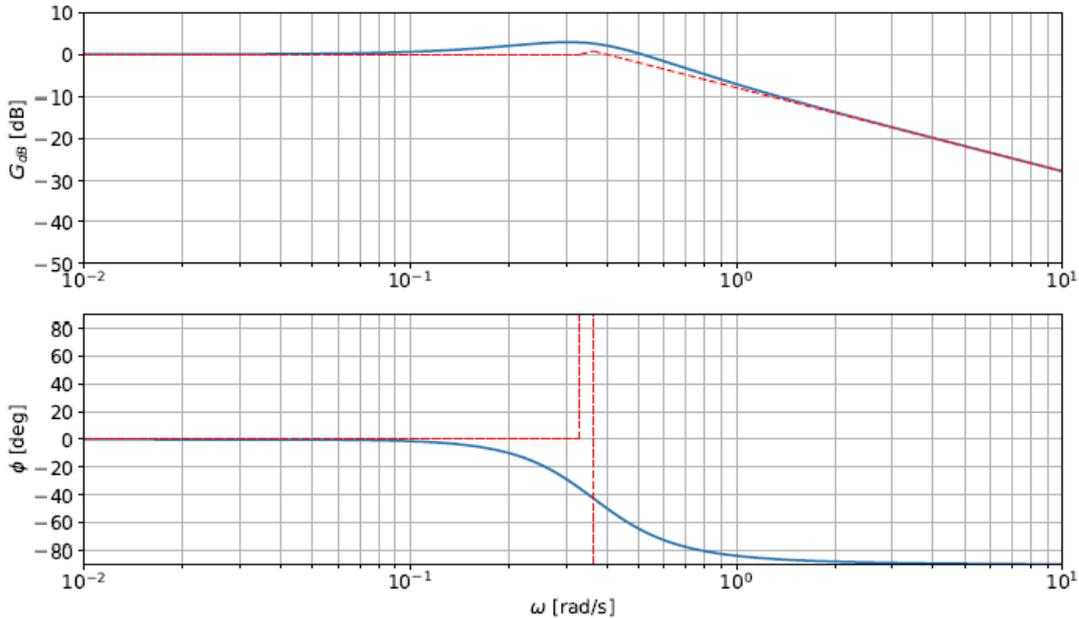
Par identification, on obtient :

$$\tau = \tau_1 + \frac{\beta}{\gamma K_1} ; \omega_n = \sqrt{\frac{\gamma K_1}{\alpha}} ; \zeta = \frac{1}{2} \frac{\beta + \gamma K_1 \tau_1}{\sqrt{\alpha \gamma K_1}}$$

Q5.

Correction Diagrammes de Bode de $H(p)$. On identifie 2 pulsations caractéristiques : $\omega_1 = 1/\tau \approx 0,33$ rad/s et $\omega_n = 0,364$ rad/s. On verra apparaître un phénomène de résonance à la pulsation $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2\zeta^2}$ car $\zeta = 0,55 < \sqrt{2}/2$. La résonance sera toutefois faible.

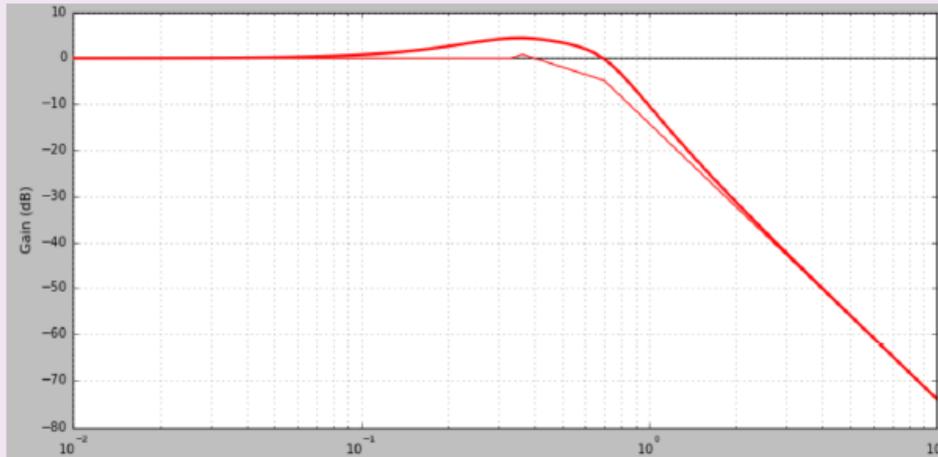
ω	BF $\omega \ll \omega_1$	MF $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_n$	HF $\omega_n \ll \omega$
$H(j\omega)$	1	$\tau j\omega$	$\frac{\tau \omega_n^2}{j\omega}$
G_{dB}	0	$20 \log \tau + 20 \log \omega$	$20 \log(\tau \omega_n^2) - 20 \log \omega$
ϕ	0	90°	-90°



La valeur du gain maxi est de +3 dB (due au premier ordre au numérateur, l'influence du dénominateur est négligeable car la résonance est faible).

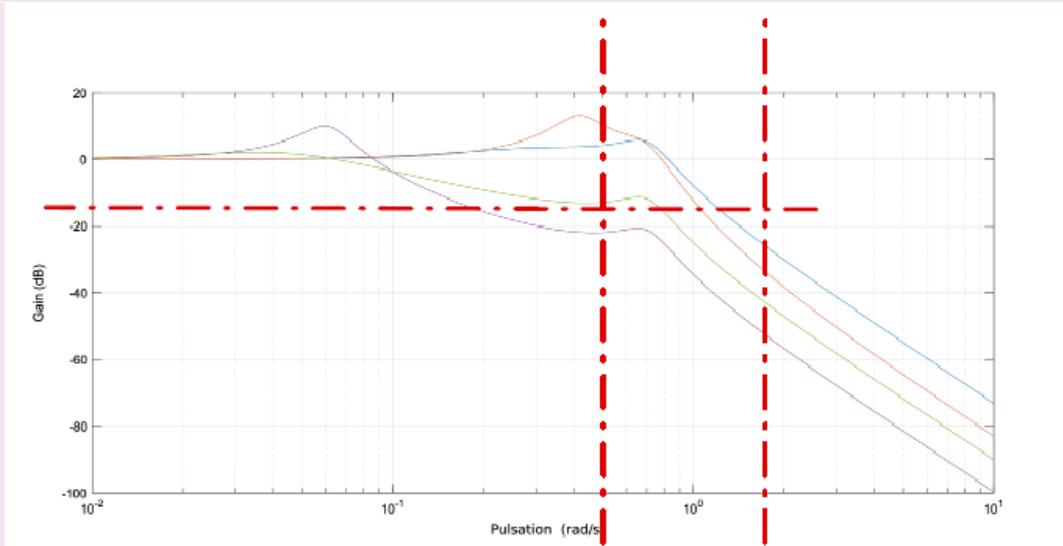
Q6.

Correction On a la relation $G(p) = B(p)G(p)$.

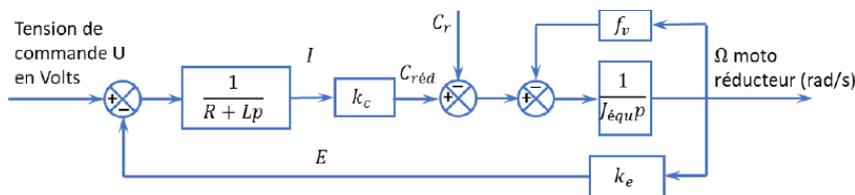


Q7.

Correction Le réglage de PHC 4 est celui qui respecte le mieux l'exigence Id1.1.



EXERCICE 6 : ROBOT ENDOSCOPIQUE



Q1.

Q2.

Au final, $M(p) = \frac{k_c}{(J_{\text{équ}}p + f_v)(R + Lp) + k_e k_c}$.

En mettant l'expression sous forme canonique, on a : $M(p) = \frac{k_c}{J_{\text{équ}}Lp^2 + (RJ_{\text{équ}} + Lf_v)p + k_e k_c + Rf_v}$

$$\Rightarrow M(p) = \frac{\frac{k_c}{k_e k_c + Rf_v}}{\frac{J_{\text{équ}}L}{k_e k_c + Rf_v}p^2 + \frac{RJ_{\text{équ}} + Lf_v}{k_e k_c + Rf_v}p + 1}$$

En réalisant l'application numérique, on a : $M(p) = \frac{0,44}{3,2 \times 10^{-6}p^2 + 14,6 \times 10^{-3}p + 1}$.

Q3.

Correction En observant cette courbe, l'absence de tangente horizontale à l'origine permet de modéliser le système comme un système d'ordre 1. En négligeant L , le terme d'ordre 2 devient donc négligeable et $M(p)$ se modélise par une fonction d'ordre 1.

Q4.

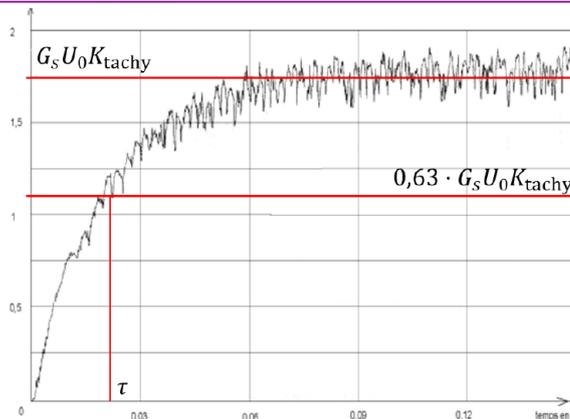
Correction En utilisant la formulation de $M_1(p)$ donnée, on calcule le discriminant du dénominateur et on a : $\Delta = (14,5 \times 10^{-3})^2 - 4 \cdot 3,1 \times 10^{-6} = 0,00019785$. Au final, $p_1 = \frac{-14,5 \times 10^{-3} - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot 3,1 \times 10^{-6}} \simeq -4607$ et $p_2 = \frac{-14,5 \times 10^{-3} + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot 3,1 \times 10^{-6}} \simeq -70$. Le dénominateur peut donc se factoriser sous la forme $3,1 \times 10^{-6} (p + 4607)(p + 70)$.
Le pole p_2 est donc dominant par rapport à p_1 .

Q5.

Correction En utilisant l'expression établie initialement en en négligeant l'inductance, on a $M_2(p) = \frac{\frac{k_c}{k_e k_c + R f_v}}{\frac{R J_{\text{équi}}}{k_e k_c + R f_v} p + 1}$.
En réalisant l'application numérique, $M_2(p) = \frac{0,437}{1 + 0,015p}$ ($G_s = 0,437 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}^{-1}$ et $T = 0,015 \text{ s}$).

Q6.

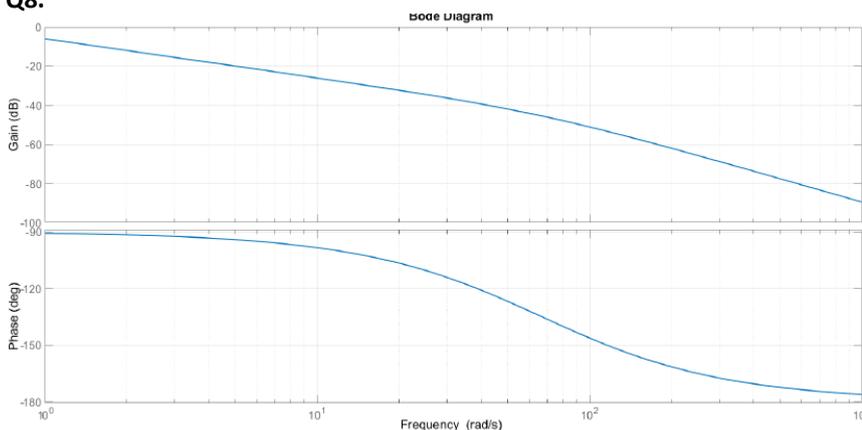
Correction La tension de consigne étant de 24 V et la vitesse de sortie est telle que $24 \cdot G_s \cdot K_{\text{tachy}} = 1,75 \text{ V}$ soit $G_s = \frac{1,75}{24 \times 0,166} = 0,439 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}^{-1}$. En utilisant la méthode de 63 % de la valeur finale, on a $\tau = 0,02 \text{ s}$. On constate que les résultats sont relativement proches de ceux formulés par l'hypothèse « L négligeable ».



Q7.

Correction B assure la réduction de la fréquence de rotation et son intégration dans le but d'obtenir un angle; donc $B(p) = \frac{1}{50p}$. Par ailleurs $C = \frac{360}{2\pi} \text{ incr/rad}$.
On a donc $H_O(p) = \frac{1}{50p} \frac{360}{2\pi} \frac{k G_s}{1 + T p}$.

Q8.



Phase vers -90° pour $G=0\text{dB}$
Donc système stable

Q9.

Correction**Méthode 1 (à connaître après le cours sur la précision – Cycle 6)**

La boucle ouverte est de classe 1, l'entrée est un échelon et il n'y a pas de perturbation. L'écart statique est donc nul.

Méthode 2 (à savoir faire) – Calcul de l'écart

$$\text{On a } \varepsilon(p) = \frac{\text{Cons}(p)}{1 + \text{FTBO}(p)}. \text{ Cons}(p) = \frac{1}{p}. \text{ On a alors } \varepsilon_{\text{cons}\infty} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow +0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow +0} p \frac{1}{p} \frac{1}{1 + \text{FTBO}(p)} = 0.$$

Q10.

Correction On a $\varepsilon(p) = \text{Cons}(p) - B(p)C\Omega(p) = \text{Cons}(p) - B(p)C \left(\varepsilon(p)KM(p) - C_r(p) \frac{M(p)R}{k_c} \right) \Leftrightarrow \varepsilon(p)(1 + B(p)CKM(p)) =$

$$\text{Cons}(p) + B(p)CC_r(p) \frac{M(p)R}{k_c} \Leftrightarrow \varepsilon(p) = \text{Cons}(p) \frac{1}{1 + B(p)CKM(p)}$$

$$+ C_r(p) \frac{M(p)RB(p)C}{k_c(1 + B(p)CKM(p))}.$$

$$= \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + B(p)CKM(p)}$$

$$+ C_r \frac{M(p)RB(p)C}{k_c(1 + B(p)CKM(p))}$$

$$= \lim_{p \rightarrow 0} C_r \frac{\frac{G_s}{1 + Tp} R \frac{1}{50p} C}{k_c \left(1 + \frac{1}{50p} CK \frac{G_s}{1 + Tp} \right)}$$

$$= \lim_{p \rightarrow 0} C_r \frac{G_s RC}{k_c \left((1 + Tp) 50p + CK G_s \right)}$$

$$= C_r \frac{G_s RC}{k_c CK G_s} = C_r \frac{R}{k_c K}.$$

$$\text{On a donc } \varepsilon_{\text{pert}\infty} = C_r \frac{R}{k_c K} \text{ soient } \varepsilon_{\text{pert}\infty} = 0,2 \frac{10}{2,11} = 0,95 \text{ incr.}$$

Q11.

Correction Si on majore l'erreur précédente à 1 incrément, l'erreur sur la position de l'instrument est de 0,007 mm. Cette erreur est inférieure à 0,2 mm (exigence 3). On peut conserver la valeur $k = 1$.

Q12.

Correction En notant x le déplacement en translation, on a $x = \frac{38,4}{2} \Theta$. On a donc $H_2 = \frac{x}{\Theta} = 19,2 \text{ mm rad}^{-1} = 0,0192 \text{ m rad}^{-1}$.

Q13.

Correction Dans le cas où l'instrument doit réaliser les mêmes mouvements que la main, il est nécessaire que $P = 1$.

$$\text{On a } G_{H_1} \cdot G_{H_2} = 0,0192 \times 0,00035 = 6,72 \times 10^{-6}.$$

$$\text{On a donc } c_1 = 148810 \text{ incr m}^{-1}.$$

Q14.

Correction On souhaite maintenant que $P_1 = \frac{1}{10}$ et $c_1 = 14881 \text{ incr m}^{-1}$.

Q15.

Correction Pour un échelon de 20 mm, le déplacement est de 20 mm. Le gain statique est donc de $K = 1$.

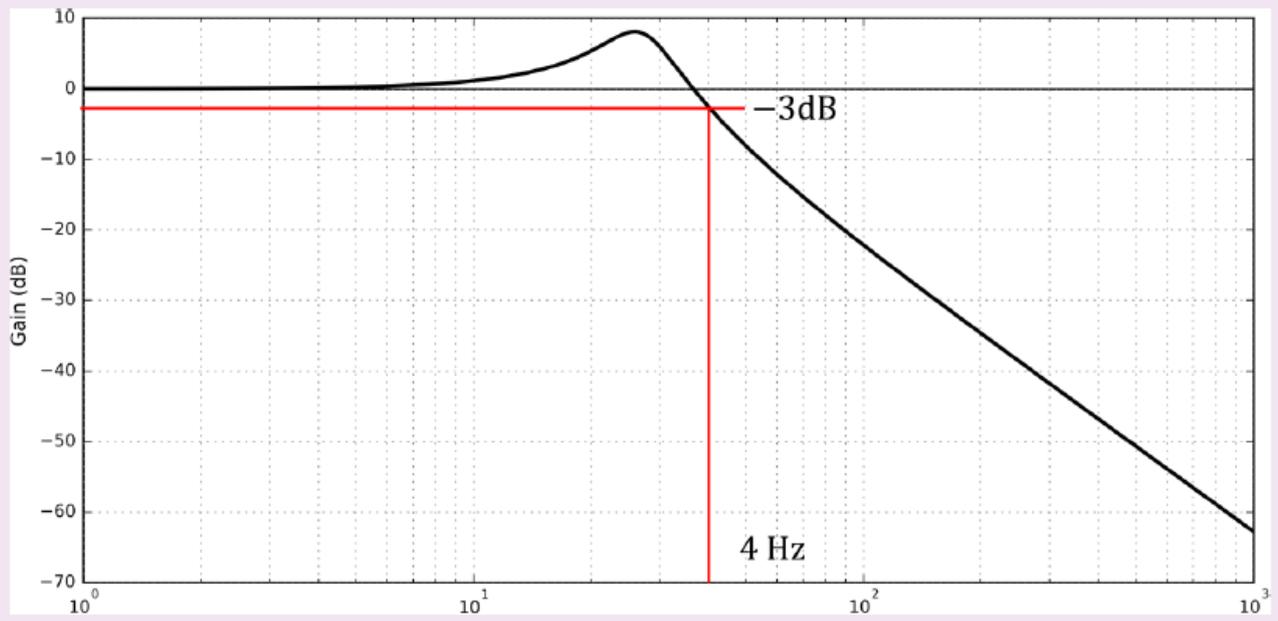
Le premier dépassement absolu est d'environ 30 mm soit un dépassement de 50 % par rapport à la valeur finale. En utilisant l'abaque des temps de réponse, on trouve $\xi = 0,2$.

Le temps de réponse à 5 % est d'environ 0,55 s. En utilisant l'abaque, on a $\omega_0 Tr = 15$. On a donc $\omega_0 = 27 \text{ rad s}^{-1}$.

$$\text{Au final, } H_3(p) = \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot 0,2}{27} p + \frac{p^2}{27^2}}.$$

Q16.

Correction On trace le diagramme de Bode. La bande passante à -3 dB est de 4 Hz . Une marge de sécurité serait peut être préférable.



Q17.

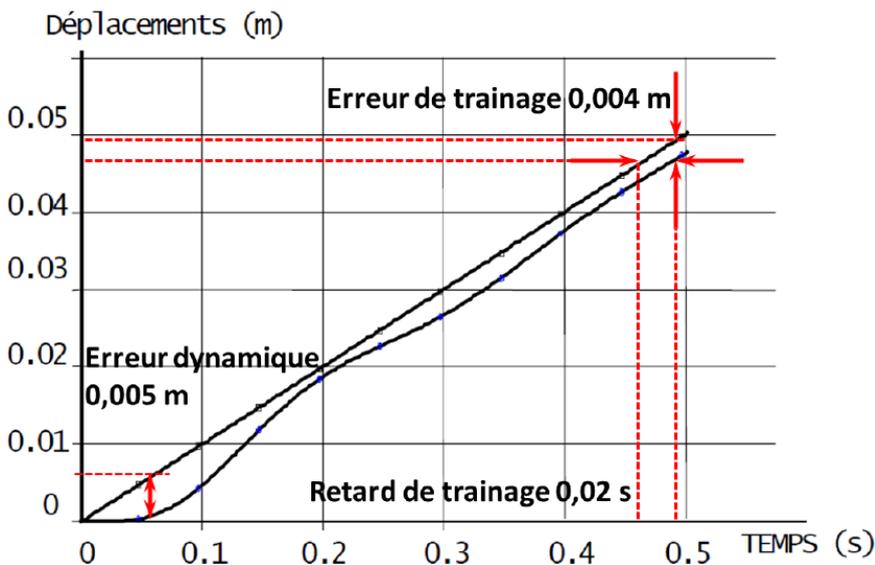
Correction On a $m_1 \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + f_0 \frac{dz(t)}{dt} + k_0 z = 0 \Leftrightarrow \frac{m_1}{k_0} \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + \frac{f_0}{k_0} \frac{dz(t)}{dt} + z = 0$.

On a donc $\omega_{03}^2 = \frac{k_0}{m_1}$ et $\frac{2\xi_3}{\omega_{03}} = \frac{f_0}{k_0}$ et $\xi_3 = \frac{f_0}{2k_0} \sqrt{\frac{k_0}{m_1}} = \frac{f_0}{2} \sqrt{\frac{1}{k_0 m_1}}$.

Q18.

Correction On a $\omega_{-3\text{dB}} > \omega_{03}$ or $\omega_{03}^2 = \frac{k_0}{m_1} \Rightarrow k_0 = m_1 \omega_{03}^2$; donc nécessairement, $\omega_{-3\text{dB}} > \sqrt{\frac{k_0}{m_1}} \Rightarrow k_0 < \omega_{-3\text{dB}}^2 m_1 \Rightarrow k_0 < 2^2 4^2 \pi^2 \times 1,6 k < 1010\text{ N m}^{-1}$.

Q19.



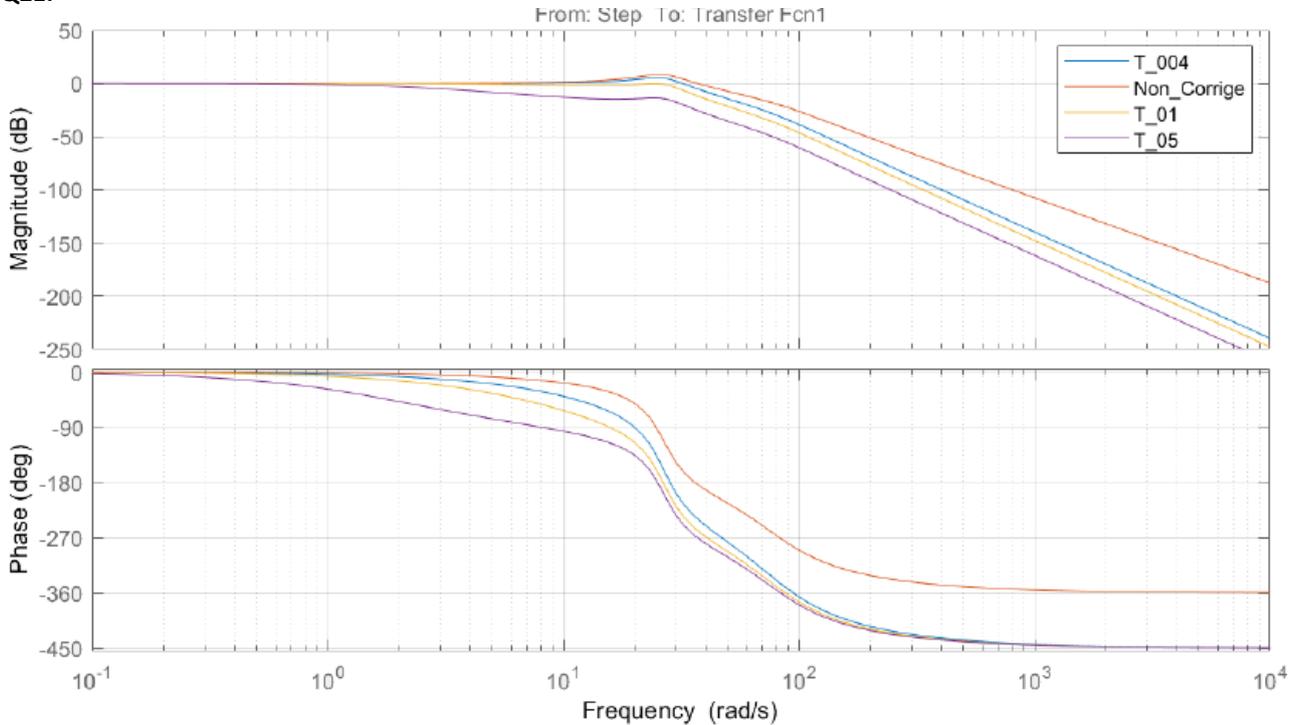
Correction

- Écart dynamique maximal : 5 mm .
- Écart de traînage (ou de vitesse) ε_v en régime établi : 4 mm .
- Retard de traînage : $0,02\text{ s}$ – cahier des charges validé – Req 4.

Q20.

Correction Pour une sinusoïde de période 0,25s, la pulsation est de $\frac{2\pi}{0,25} = 25 \text{ rad s}^{-1}$. À cette pulsation, le gain est de 8 dB. Le rapport S/E est donc de $10^{8/20} = 2,5$ ainsi l'amplitude du robot sera de 2,5 mm. Il faudrait régler l'asservissement pour que ces vibrations soient atténuées/filtrées (plutôt qu'amplifiées).

Q21.



Correction Le filtre $T_2 = 0,1 \text{ s}$ permet d'atténuer le gain à une pulsation de 25 rad s^{-1} sans trop atténuer le gain à des pulsation inférieures à $6,3 \text{ rad s}^{-1}$.

EXERCICE 7 : TGV DUPLEX

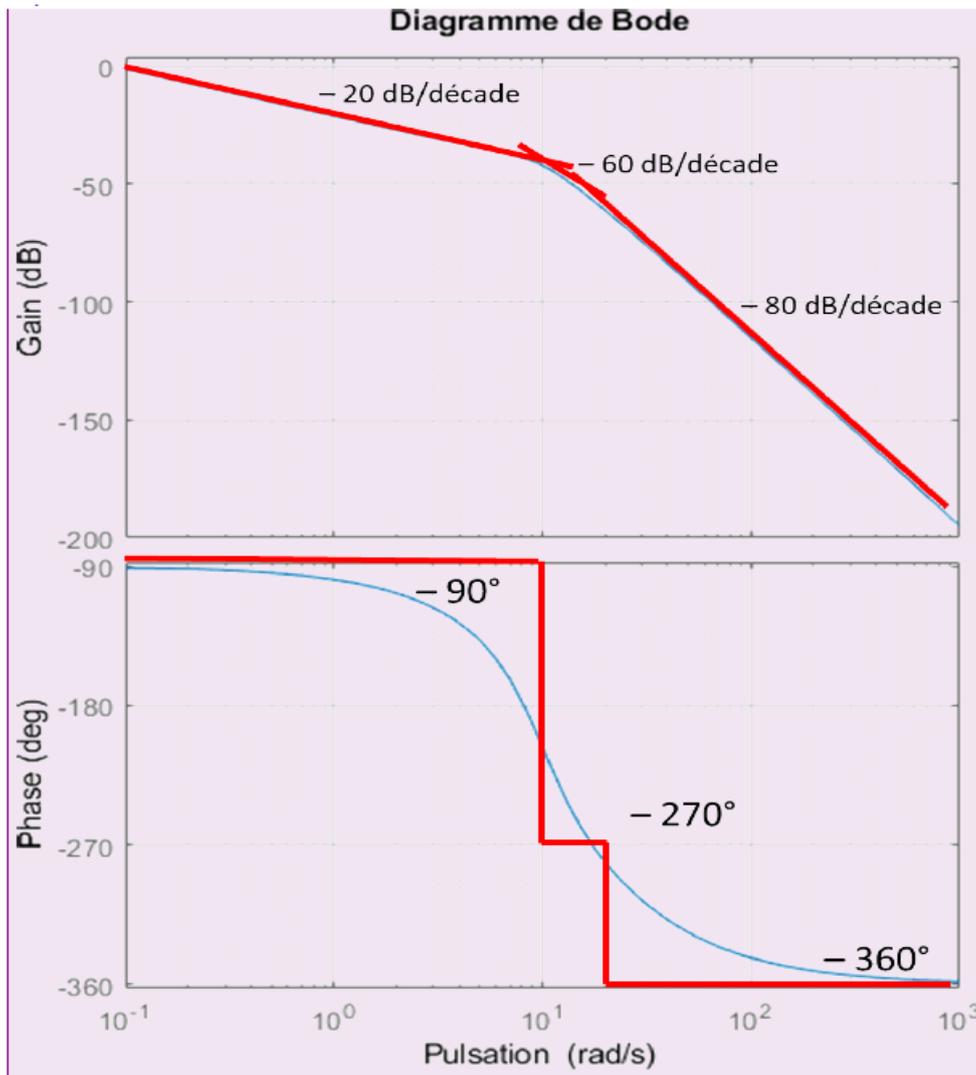
Q1.

Correction On a pour $H_1(p)$, $\frac{1}{\omega_0^2} = 0,01 \Leftrightarrow \omega_0 = 10$ et $2\frac{\xi}{\omega_0} = 0,1$ soit $\xi = 0,1 \times 10/2 = 0,5$. Les pulsations caractéristiques de la FTBO sont donc $\omega_0 = 10 \text{ rad s}^{-1}$ et $1/0,05 = 20 \text{ rad s}^{-1}$.

Pour tracer un diagramme de Bode avec un intégrateur, il est nécessaire de définir un point pour définir la « hauteur » du tracé. Pour cela on prend un point pour lequel seul l'intégrateur et les constantes ont de l'effet. Ainsi, pour $\omega = 0,1 \text{ rad s}^{-1}$, on a $FTBO(p) \simeq \frac{2000 \times 45 \times 10^{-6}}{p}$. On a donc $20 \log 0,09 - 20 \log 0,1 \simeq -0,92 \text{ dB}$.

On peut dresser le tableau de variations de la FTBO puis tracer les asymptotes.

	$\omega \rightarrow 0$	$\omega = 10$	$\omega = 20$	$\omega \rightarrow \infty$
$\ H_1(j\omega)\ _{dB}$	$20 \log 2000$	-40 dB/decade	-40 dB/decade	
$\ H_2(j\omega)\ _{dB}$	-20 dB/decade	-20 dB/decade	-20 dB/decade	
$\ M(j\omega)\ _{dB}$	0	0	-20 dB/decade	
$\ FTBO(j\omega)\ _{dB}$	-20 dB/decade	-60 dB/decade	-80 dB/decade	
$Arg(FTBO(j\omega))$	-90°	-270°	-360°	



Q2.

Correction La pulsation de coupure souhaitée est $\omega_c \simeq 1 \text{ rad s}^{-1}$. On cherche donc K_r et T_i tels que $\arg[\text{FTBO}(j\omega_c)] - (-180^\circ) = 60^\circ$.

$$\arg[\text{FTBO}(j\omega)] = \arg \left[\underbrace{\frac{2000}{1+0,1p+0,01p^2}}_{\rightarrow -5,7^\circ \text{ qd } \omega=\omega_c} \cdot \underbrace{\frac{1}{1+0,05p}}_{\rightarrow -2,8^\circ \text{ qd } \omega=\omega_c} \cdot \underbrace{K_r}_{\rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) \cdot \underbrace{\frac{45 \cdot 10^{-6}}{p}}_{\rightarrow -90^\circ} \right] = \arg \left[\left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) \right] - 98,5$$

R Ci-dessus, ce sont les **arguments** que l'on évalue lorsque $\omega = \omega_c$. L'argument du produit est égal à la somme des arguments.

$$\arg[\text{FTBO}(j\omega)] = \arg \left[\frac{T_i p + 1}{T_i p} \right] - 98,5.$$

Pour respecter la marge souhaitée, il est donc nécessaire que $\arg[\text{FTBO}(j\omega_c)] - (-180) \geq 60$ Soit $\arg \left[\frac{T_i p + 1}{T_i p} \right] - 98,5 + 180 \geq 60$ et $\arg \left[\frac{T_i p + 1}{T_i p} \right] \geq -21,5^\circ$.

Q3.

Correction On en déduit que pour $\omega = \omega_c = 1$, $\arg \left[\frac{T_i p + 1}{T_i p} \right] \geq -21,5^\circ \Leftrightarrow \arctan(T_i \omega) - 90 \geq -21,5^\circ \Leftrightarrow \arctan(T_i \omega) \geq 68,5^\circ$ et donc $\Rightarrow T_i \geq \tan(68,5) = 2,54 \text{ s}$.

! **Attention** : à ce stade, la marge de phase serait de 60° SI la pulsation de coupure était de 1 rad s^{-1} ce qui n'est pas encore le cas pour le moemnt.

Q4.

Méthode Il faut chercher K_r tel que $20 \log \| \text{FTBO}(j\omega_c) \| = 0$.

Correction En raisonnant graphiquement à l'aide du diagramme en boucle ouverte non corrigé, on lit que le gain est d'environ -20 dB lorsque $\omega = 1$. La fonction de transfert du correcteur est $C(p) = K_r \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) = K_r \frac{T_i p + 1}{T_i p}$.

Le gain dB du correcteur doit donc être de 20 dB lorsque $\omega = 1$: $20 \log K_r + 20 \log \sqrt{T_i^2 \omega^2 + 1} - 20 \log T_i \omega = 20$

$$\Leftrightarrow \log K_r + \log \sqrt{T_i^2 + 1} - \log T_i = 1 \Leftrightarrow \log K_r = 1 - \log \sqrt{T_i^2 + 1} + \log T_i.$$

On a donc $K_r = 9,3$.

Analytiquement (à vérifier...) $20 \log \| \text{FTBO}(j\omega_c) \| = 0 \Rightarrow \| \text{FTBO}(j\omega_c) \| = 1$.

$$\begin{aligned} \| \text{FTBO}(j\omega) \| &= \left\| \frac{2000}{1+0,1p+0,01p^2} \cdot \frac{1}{1+0,05p} \cdot K_r \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) \cdot \frac{45 \cdot 10^{-6}}{p} \right\| \\ &= \left\| \frac{2000}{1+0,1p+0,01p^2} \cdot \frac{1}{1+0,05p} \cdot K_r \frac{1+T_i p}{T_i p} \frac{45 \cdot 10^{-6}}{p} \right\| \\ &= \frac{K_r}{T_i \omega^2} 90 \cdot 10^{-3} \sqrt{1+T_i^2 \omega^2} \left\| \frac{1}{1+0,1p+0,01p^2} \frac{1}{1+0,05p} \right\| = \frac{K_r}{T_i \omega^2} 90 \cdot 10^{-3} \frac{\sqrt{1+T_i^2 \omega^2}}{\sqrt{1+0,05^2 \omega^2}} \frac{1}{\sqrt{(1-0,01^2 \omega^2)^2 + 0,1^2 \omega^2}} \\ &= \frac{K_r}{T_i} 90 \cdot 10^{-3} \frac{\sqrt{1+T_i^2}}{\sqrt{1+0,05^2}} \frac{1}{\sqrt{(1-0,01^2)^2 + 0,1^2}} \end{aligned}$$

Q5.

Méthode Soit ω_φ la pulsation telle que $\varphi(\omega_\varphi) = -180^\circ$. La marge de gain s'exprime alors par $MG = -20 \log \| H(j\omega_\varphi) \|$.

Correction Approche analytique On résout $\arg[\text{FTBO}(j\omega)] = -180^\circ$

$$\arg[\text{FTBO}(j\omega)] = \arg \left[\frac{2000}{1+0,1p+0,01p^2} \cdot \frac{1}{1+0,05p} \cdot K_r \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) \cdot \frac{45 \cdot 10^{-6}}{p} \right]$$

Approche graphique

Q6.

Correction • $K_f = 1$: lorsque ω tend vers 0, le gain tend vers 0 ;

• $\omega_0 = 0,5$: valeur de la pulsation de résonance ;

• $\tau_1 = \frac{1}{0,9} = 1,11$ s ;

• $\tau_2 = \frac{1}{7} = 0,14$ s ;

• $\xi < 0,7$ (résonance).

Q7.

Correction

La pulsation propre ω_0 est relativement loin de la bande passante, en conséquence sa dynamique sera rapide vis-à-vis du zéro et du pôle double (pôles dominants). On adopte donc :

$$F(p) = \frac{v_1(p)}{v_c(p)} = \frac{(1+3,3p)}{(1+1,66p)^2}$$

Q8.

Calcul du temps du 1^{er} maximum

Le temps du 1^{er} maximum est donné par $f(t_m) = 0$, soit pour :

$$\frac{\tau_2 - \tau_1}{\tau_2^2} t_m + \frac{\tau_1}{\tau_2} = 0$$

On obtient donc :

$$t_m = \frac{\tau_2 \tau_1}{\tau_1 - \tau_2}$$

L'application numérique avec les valeurs adoptées conduit à $t_m = 3,3$ s.

Calcul du dépassement

La réponse indicielle peut être obtenue par intégration de la réponse impulsionnelle, le dépassement étant donné par la valeur de la sortie pour $t = t_m$:

$$v(t_m) = \int_0^{t_m} f(t) dt = \int_0^{t_m} (ay(t) + by'(t)) dt = a \int_0^{t_m} y(t) dt + b [y(t)]_0^{t_m}$$

Avec $y(t) = te^{-t/\tau_2}$ dont l'intégration peut être effectuée facilement par parties :

$$\int_0^{t_m} te^{-t/\tau_2} dt = \left[-\tau_2 te^{-t/\tau_2} - \tau_2^2 e^{-t/\tau_2} \right]_0^{t_m} = -\tau_2 t_m e^{-t_m/\tau_2} - \tau_2^2 e^{-t_m/\tau_2} + \tau_2^2$$

$$v(t_m) = \frac{1}{\tau_2^2} \left[-\tau_2 t_m e^{-t_m/\tau_2} - \tau_2^2 e^{-t_m/\tau_2} + \tau_2^2 \right] + \frac{\tau_1}{\tau_2^2} t_m e^{-t_m/\tau_2}$$

Pour $t = t_m$ on obtient $v(t_m) = 1,13$, soit un dépassement de 13%.

Q9.

Correction

- Le temps du 1^{er} maximum est inférieur à 3,5 s. et le dépassement inférieur à 20% ce qui vérifie le cahier des charges.
- Le régulateur comportant une action intégrale, l'erreur statique est nulle vis-à-vis d'une consigne constante.

Q10.

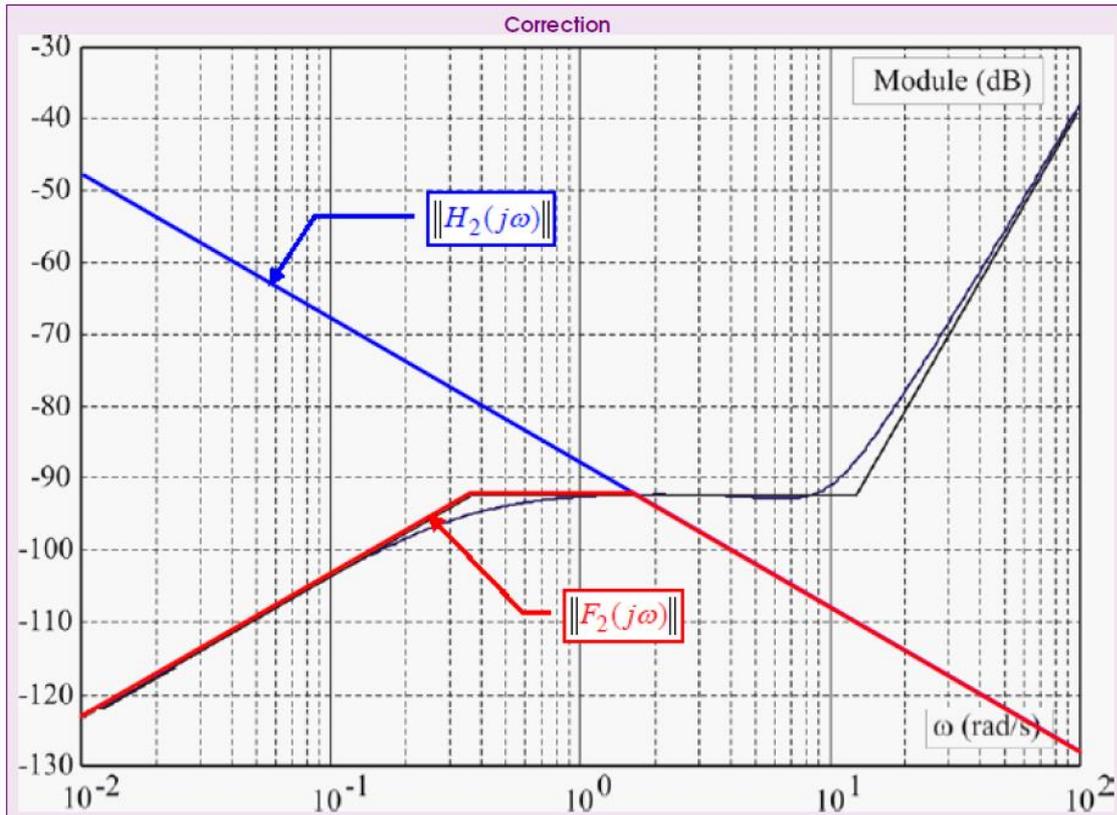
Correction On a directement $F_2(p) = \frac{H_2(p)}{1 + H_2(p)M(p)C(p)H_1(p)}$.

On peut alors déterminer le module et on a $\|F_2(j\omega)\| = \left\| \frac{H_2(j\omega)}{1 + H_2(j\omega)M(j\omega)C(j\omega)H_1(j\omega)} \right\|$.

Dans ces conditions :

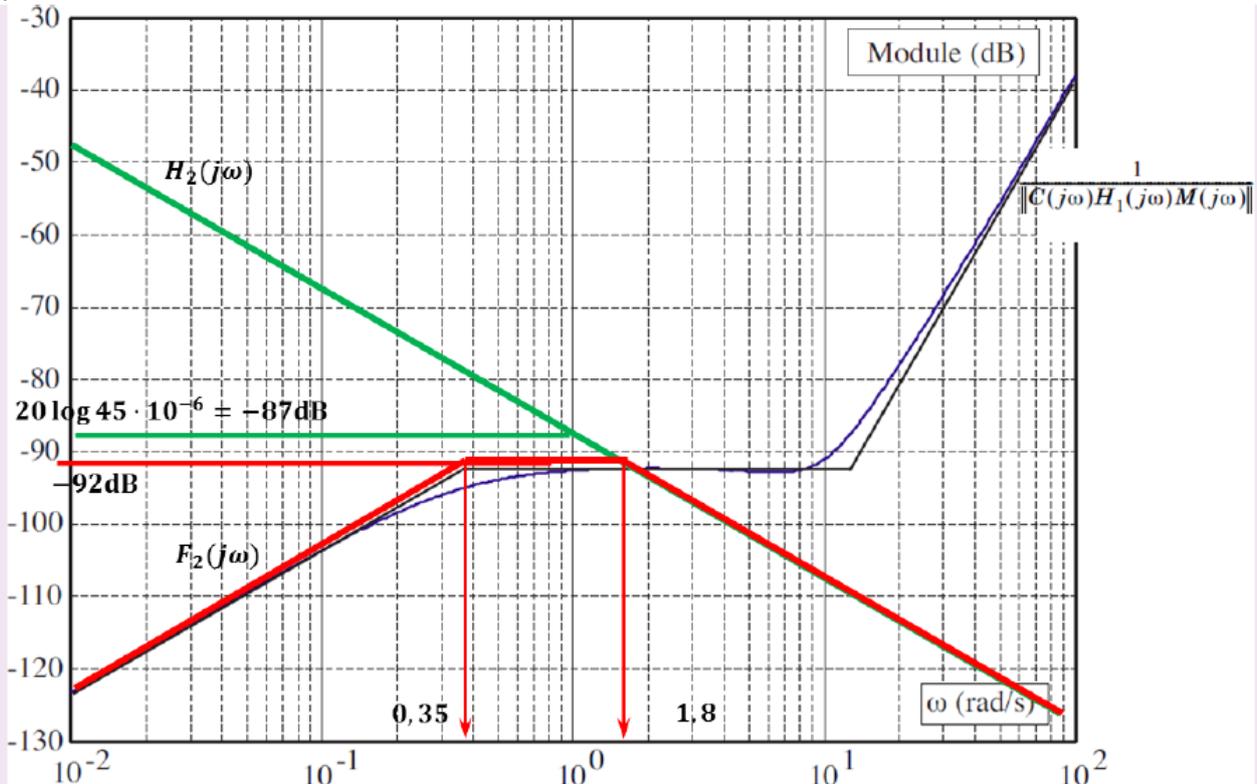
- si $\|H_2(j\omega)M(j\omega)C(j\omega)H_1(j\omega)\| \gg 1$ alors $\|F_2(j\omega)\| \simeq \left\| \frac{H_2(j\omega)}{H_2(j\omega)M(j\omega)C(j\omega)H_1(j\omega)} \right\| \simeq \left\| \frac{1}{M(j\omega)C(j\omega)H_1(j\omega)} \right\|$;
- si $\|H_2(j\omega)M(j\omega)C(j\omega)H_1(j\omega)\| \ll 1$ alors $\|F_2(j\omega)\| \simeq \|H_2(j\omega)\|$.

On peut en conclure que $\|F_2(j\omega)\| = \min \left[\|H_2(j\omega)\|; \frac{1}{\|C(j\omega)H_1(j\omega)M(j\omega)\|} \right]$.



Q11.

Q12.



En analysant les brisures de F_2 , on peut proposer la fonction de transfert suivante : $F_2 = \frac{Kp}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$

avec $\tau_1 = \frac{1}{0,35} \simeq 2,9s$, $\tau_2 = \frac{1}{1,8} \simeq 0,6s$. Avec cette proposition, en basse fréquence, seul le dérivateur existe, on a donc $20 \log K \omega = 20 \log 0,01K = -123$ soit $K = 100 \times 10^{-123/20} \simeq 7 \cdot 10^{-5}$.

Au final, $F_2 = \frac{7 \cdot 10^{-5} p}{(1 + 2,9p)(1 + 0,6p)}$

Q13.

Correction

Cette fonction de transfert est caractérisée par deux pôles :

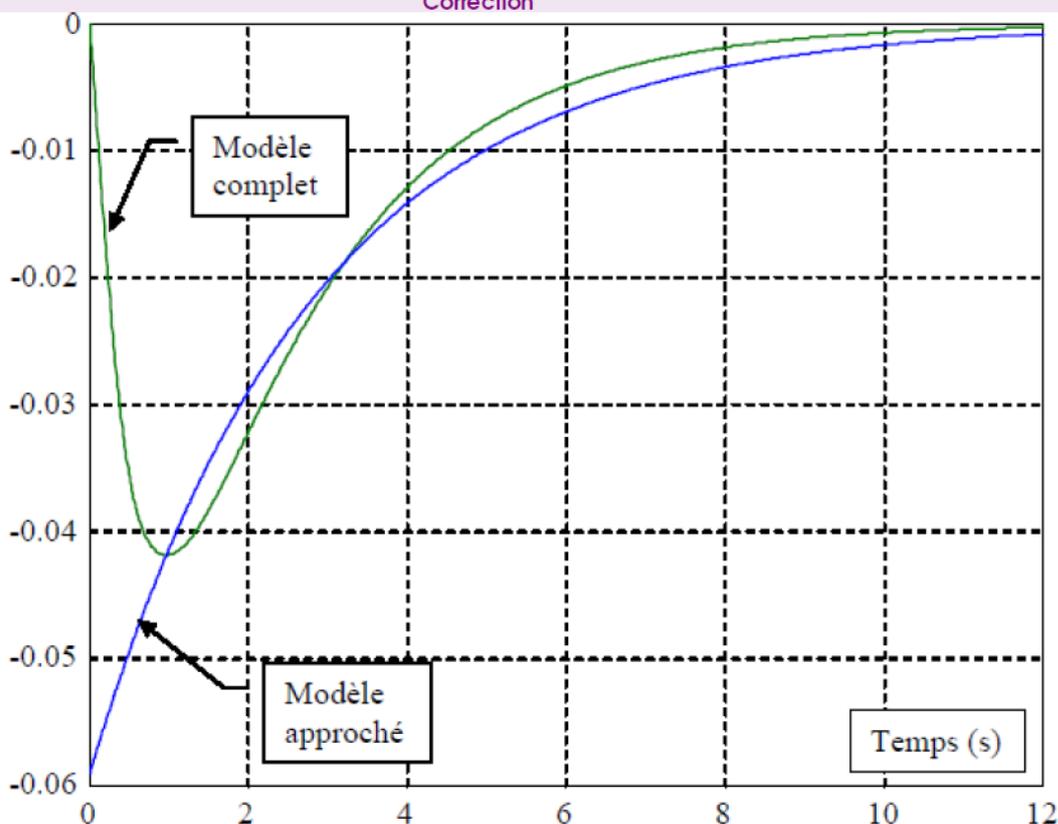
$$\begin{cases} p_1 = -0,35 \\ p_2 = -2 \end{cases}$$

Le pôle p_2 étant caractérisé par une dynamique relativement rapide par rapport à celle de p_1 , on va pouvoir le négliger pour l'étude de la réponse temporelle. Soit la fonction approchée :

$$F_2(p) = -\frac{\frac{p}{12100}}{(1 + 2,8p)}$$

Q14.

Correction



Calcul exact du temps de réponse

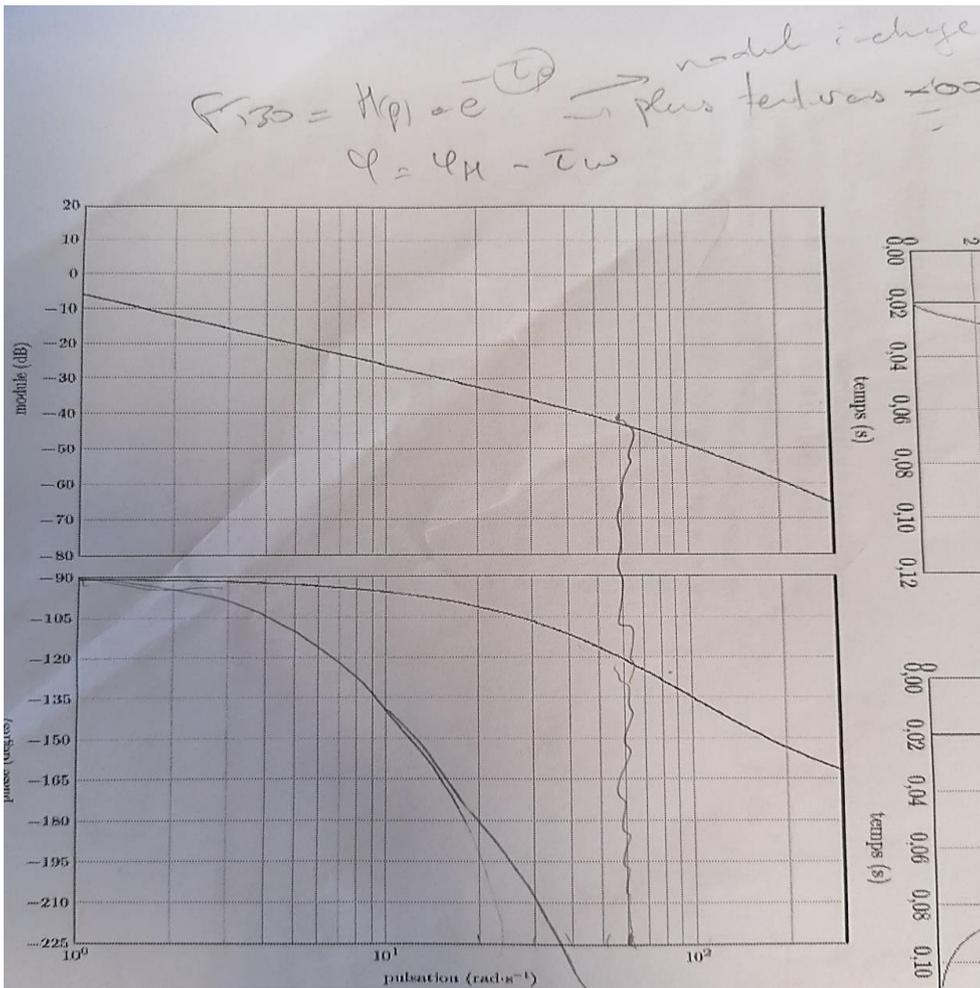
$$v_1(t_r) = -\frac{K_2}{T} F_0 e^{-t_r/T} = -0,05 \cdot \frac{K_2}{T} F_0 \Rightarrow t_r = T \cdot \ln(1/0,05) = 3T$$

Q15.

Correction

- Le temps de réponse de 8,4 s. est inférieur au temps de réponse de 9 s. demandé. En conséquence on peut conclure que le cahier des charges est satisfait au regard de cette contrainte.
- Le régulateur comportant une action intégrale (donc avant le point d'entrée de la perturbation) l'erreur statique est nulle comme montré sur la réponse temporelle.

EXERCICE 8 : ASSISTANCE POUR LE MAINTIEN DE CHARGES



Q2 $\omega_c = 60 \text{ rad/s}$ et $\omega_c \approx 42 \text{ rad/s}$

$e, p) = \frac{K_1 (1 + T_1 p)}{T_1 p}$ $\bar{\omega} = 60 \text{ rad/s}$

San retard : $G = -42 \text{ dB}$ $\varphi = -120^\circ$

avec retard : $G = -42 \text{ dB}$ $\varphi = -260^\circ$?

\Rightarrow $20 \log |C(j\omega_c)| = 42 \text{ dB} \Rightarrow$ San retard : $180 - 120 = 60^\circ$
avec retard : $180 - 260 = -80^\circ$

Correcteur intégral

Bode

on peut ajouter $0 = 80^\circ$ de plus
 donc avec retard NON
San retard oui

Q3

$$\frac{\varphi(p)}{p} = \frac{K_1 (1 + T_1 p)}{T_1 p} \Rightarrow \arg(G(j\omega_c)) = 40^\circ$$

$$\arg(j\omega_c) = -90 + \arctan\left(\frac{T_1 \omega_c}{1}\right) = 40 \Rightarrow T_1 =$$

on le fait $20 \log \left(\sqrt{1 + T_1^2 \omega_c^2} \right) + 20 \log \left(\frac{K_1}{T_1 \omega_c} \right) = 43$

Q4) la val = -F₀ ?
 la val fixe - calcul U_p = $\frac{0,8k(1+T_2p)e^{-T_2p}}{p(1+0,05p)^2 + 0,8k(1+T_2p)}$
 $\lim_{p \rightarrow 0} p U(p) = -F_0$
 H(p) avec intégrale $x(t) \rightarrow \infty$
 Q5) idem calculs - $L^m(p) = \frac{-k_2(1+T_2p)e^{-T_2p}}{(1+0,005p)^2 \frac{1}{p} + k_2(1+T_2p) \frac{1}{p}}$
 la val fixe $\lim_{p \rightarrow 0} L^m(p) = -D_0$

T(p) de sens + ou - $\frac{k}{1 + \frac{0,05}{20}p + \frac{1}{40}p^2} \rightarrow 1$
 avec $\lim_{p \rightarrow 0} x(t) = -D_0$
 Q6) $T_{50} < 50$ ms
 (60ms)
 donc $F_{100} = 1$
 petit bande $T_{50} < 100$ ms
 retard de 0,05s