

## ALGORITHME DE BERRY-SETHI

On rappelle les définitions suivantes :

- Un langage est régulier (ou rationnel) quand il peut être décrit par une expression régulière.
- Un langage est reconnaissable quand il peut être reconnu par un automate fini (déterministe ou non).

### 1 Théorème de Kleene

On sait déjà qu'un langage reconnaissable est régulier grâce au lemme d'Arden.

L'algorithme de Berry-Sethi prouve la réciproque. Soit  $e$  une expression régulière.

- On transforme l'expression  $e$  en une expression régulière linéaire  $e'$  en indiquant les lettres identiques.
- Le langage associé à  $e'$  est alors local : il est reconnu par un automate local standard, appelé automate de Glushkov associé à l'expression  $e'$ .
- On efface les indices : on obtient un automate en général non déterministe, qui reconnaît le langage décrit par l'expression  $e$ .

Cet algorithme est de complexité quadratique en la longueur de l'expression régulière  $e$ .

On a donc démontré le théorème de Kleene :

**Théorème 1** *Un langage est régulier si et seulement si il est reconnaissable.*

Quitte ensuite à déterminer l'automate par l'algorithme vu en cours (algorithme des parties), on a donc une méthode pour construire effectivement un algorithme de reconnaissance de langage régulier.

### 2 Opérations sur les langages reconnaissables

Si  $L$  et  $L'$  sont deux langages reconnaissables construits sur un alphabet  $A$ , alors  $L \cup L'$ ,  $LL'$ ,  $L^*$  sont reconnaissables, ainsi que  $\bar{L}$  (complémentaire de  $L$  dans  $A^*$ ),  $L \cap L'$ ,  $L \setminus L'$  et  $L\Delta L'$ .