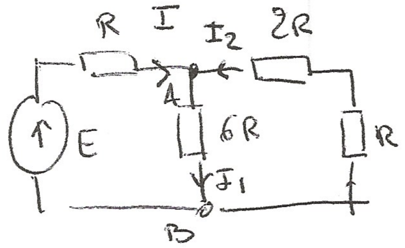
Eo1 Correction 10/10/25.
DS1-25-26



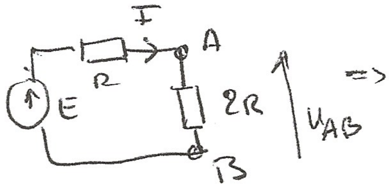
$I + I_2 = I_1$ impose l'orientation de I_1 et I_2

Circuit (1)

1°) a) 1ère méthode entre A et B ; I_2 parcourt R et 2R qui sont donc en série
6R parcourue par I_1 et 3R parcourue par I_2 sont donc en //.

$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{6R} + \frac{1}{3R} = \frac{3}{6R} \Rightarrow \boxed{R_{eq} = 2R.}$

Circuit (2)



$\Rightarrow \boxed{I = \frac{E}{3R}.}$

b) Diviseur de courant.

$\frac{I_1}{I} \oplus \frac{2R}{6R} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{E}{9R}.}$

(entre A et B I parcourt 2R en conv. recepteur
I_1 parcourt 6R en conv. recep ;

$\frac{I_2}{I} = \ominus \frac{2R}{3R} \Rightarrow \boxed{I_2 = -\frac{2}{3}I} \boxed{= -\frac{2E}{9R}}$

c) Verification loi des nœuds.
$I + I_2 = I - \frac{2}{3}I = \frac{I}{3}$ qui est bien egal à I_1.

d) $u = -R I_2 = \boxed{+\frac{2}{9}E = u.}$ loi d'ohm en conv. generateur.

2- 2ème methode.

a) $u = \frac{R}{3R} u_{AB}$ ds le circuit (1) et ds le circuit (2) $u_{AB} = \frac{2R}{3R} . E = \frac{2}{3}E$

$= \frac{u_{AB}}{3}$

d'où $\boxed{u = \frac{2}{9}E.}$ On retrouve le résultat précédent.

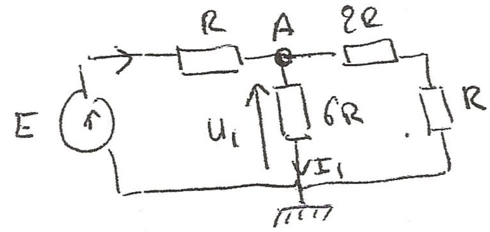
b) d'où $I_2 = -\frac{u}{R} = \boxed{-\frac{2}{9}\frac{E}{R} = I_2}$ $\boxed{I_1 = \frac{u_{AB}}{6R} = \frac{E}{9R}}$ et $I = I_1 - I_2$

$= \frac{E}{9R} + \frac{2}{9}\frac{E}{3}$

$\boxed{= \frac{3E}{9R} = \frac{E}{3R}}$

3ème méthode.

a- Pour alléger les calculs on fixe un point de masse M dans le circuit



$$U_1 = V_A - \underbrace{V_M}_{=0}.$$

$$V_A = \frac{\frac{E}{R} + 0 + 0}{\frac{1}{R} + \frac{1}{6R} + \frac{1}{3R}} = \frac{E}{\left(1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)} = \frac{6 \cdot E}{6+1+2} = \frac{6E}{9} = \boxed{\frac{2E}{3} = V_A.} = U_1$$

d'où $I_1 = \frac{U_1}{6R} = \frac{2E}{18R} = \boxed{\frac{E}{9R} = I_1}$ et $\boxed{I_2 = -\frac{U_1}{3R} = -\frac{2}{9}\frac{E}{R}.}$

AN

$$I = \frac{E}{3R} = \frac{3}{3 \cdot 1{,}5 \cdot 10^3} = \frac{2}{3} \cdot 10^{-3}\,A \Rightarrow \boxed{I = 0{,}66\,mA.}$$

$$I_1 = \frac{E}{9R} = \frac{I}{3} = \boxed{0{,}22\,mA = I_1}$$

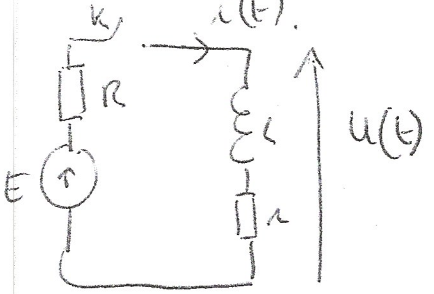
$$\boxed{I_2 = -0{,}44\,mA}$$

$$U = \frac{2}{9} \cdot E$$

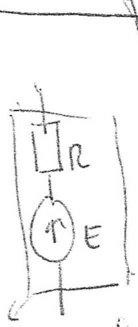
$$= \frac{6}{9} = \frac{2}{3} = \boxed{0{,}66\,V = U.}$$

Ex 2

Partie 1.

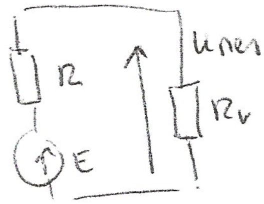


Question préliminaire : Méthode de la "tension nulle"



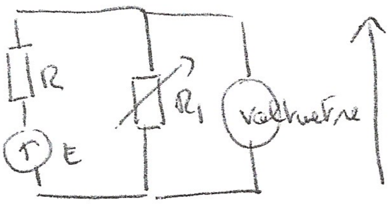
Générateur réel.

1ère mesure → On mesure E = tension à vide à l'aide d'un voltmètre de résistance interne $R_V \gg R$.



$u_{mes} = \frac{R_V}{\cancel{R+R_V}} \cdot E \simeq E$.

2e mesure.



$u_{mes} = \frac{R_1}{R+R_1} \cdot E$. Lorsque $R_1 = R \Rightarrow u_{mes} = E$.

On relève la valeur de R_1 pour en déduire celle de E.

1] K fermé. $E = (R+r)i + L\frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L} i = \frac{E}{L}$.

2) $\boxed{\tau = \frac{L}{R+r}}$ $\quad i(10\tau) \rightarrow i(\infty)$, régime permanent. et $i(\infty) = S_p = \frac{E}{R+r}$

AN $\tau = \frac{0,1}{60} = 1,6\,ms$

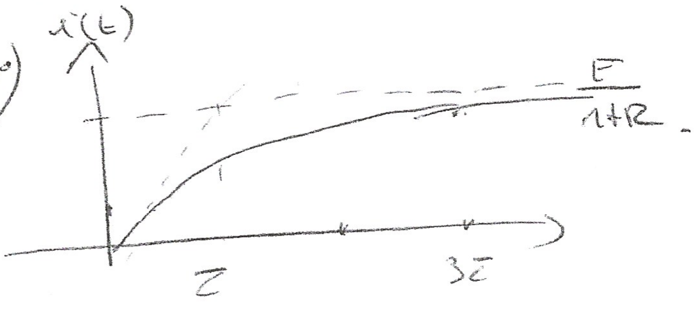
Continuité de i ds la bobine.

3] $i(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R+r}$ $\quad$ à $i(0^-) = 0 \stackrel{\downarrow}{=} i(0^+) = 0$.

K ouvert

$\rightarrow \boxed{i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - \exp^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$

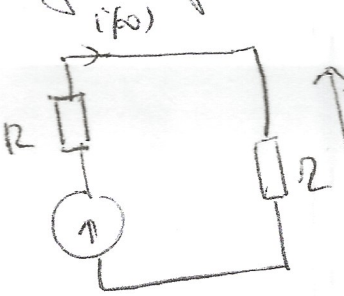
4)



5°] La loi des mailles

à $t=0^+$. $E = Ri + u$ à l'instant $t=0^+$ donne $\boxed{u(0^+) = E}$.

en régime permanent —m = —



$$\boxed{u(\infty) = \frac{r}{R+r} \cdot E}$$

b] . $u = ri + L\frac{di}{dt} = \frac{r \cdot E}{R+r}\left(1 - \exp^{-\frac{t}{\tau}}\right) + L \cdot \frac{E}{R+r} \cdot \frac{1}{\tau} \exp^{-\frac{t}{\tau}}$

$= \frac{r}{r+R} \cdot E - \frac{r E e^{-\frac{t}{\tau}}}{R+r} + E e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{r}{R+r} \cdot E + E\left(1 - \frac{r}{R+r}\right) e^{-\frac{t}{\tau}}$

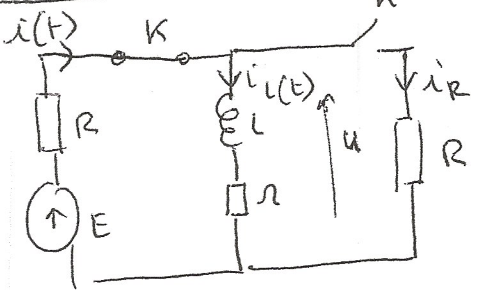
$$\boxed{u(t) = \frac{r}{R+r} \cdot E + \frac{R}{R+r} \cdot E\, e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

à $t=0$, on obtient $u(0^+) = \frac{r+R}{r+R} \cdot E = E$

$t \to \infty$ $\quad u(\infty) = \frac{r}{R+r} \cdot E$

résultats du 5a sont bien vérifiés

Partie 2



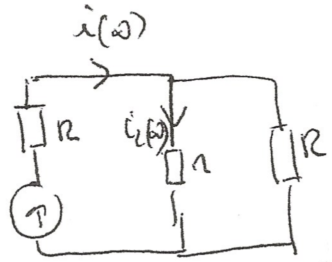
1- à $t=0$, on ferme K'

$t=0^-$, régime permanent établi $\Rightarrow$

$i_L(0^-) = \frac{E}{R+r}$ et par continuité de i

ds L $\Rightarrow \boxed{i_L(0^+) = \frac{E}{R+r}}$

en régime permanent



$i(\infty) = \frac{E}{R+\frac{rR}{r+R}} = \frac{r+R \cdot E}{R^2+2rR}$

Division de courant $\frac{i_L(\infty)}{i(\infty)} = \frac{\frac{rR}{r+R}}{r} = \frac{R}{r+R}$

$\Rightarrow \boxed{i_L(\infty) = \frac{\cancel{R} \cdot E}{\cancel{R}(R+2r)}}$

2- equation diff à t sur i_L

$$\begin{cases} E = Ri + u \quad (1) \\ i = i_L + i_R \quad (2) \\ u = L\frac{di_L}{dt} + ri_L = Ri_R \quad (3) \end{cases}$$

(2) $\to$ (1) $\to$ 3

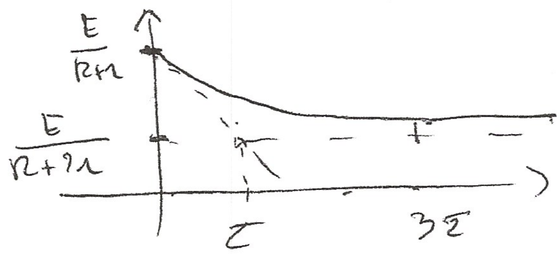
$\frac{E-u}{R} = i_L + \frac{u}{R} \to \frac{E}{R} = i_L + \frac{2u}{L} \Rightarrow \frac{E}{R} = i_L + \frac{2}{L}\left(L\frac{di_L}{dt} + ri_L\right)$

$\Rightarrow \frac{di_L}{dt} + \frac{R+2r}{2L} i_L = \frac{E}{2\cancel{L}}$ $\qquad \boxed{\tau = \frac{2L}{R+2r}}$ $\qquad S_p = \frac{E}{R+2r} = i_L(\infty)$!

$i_L(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R+2r}$

$i_L(0^+) = \frac{E}{R+r} = A + \frac{E}{R+2r} \to A = \frac{E}{R+r} - \frac{E}{R+2r} = E\left[\frac{\overbrace{\cancel{R}+2r-\cancel{R}-r}^{r}}{(R+r)(R+2r)}\right]$

$$\boxed{i_L(t) = \frac{E}{R+2r}\left[1 + \frac{r}{R+r}e^{-\frac{t}{\tau}}\right]}$$



exercice 3

1°] $C_0(V_1-V_2)=Q$ (Definition où Q est la charge de l'armature au potentiel V_1)

$$\Rightarrow \boxed{C_0 = \frac{2\pi\varepsilon_0 . H}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}}$$

2°] On pose $C_{milieu} = \dfrac{2\pi \varepsilon_{milieu} . h_{milieu}}{\ln\frac{a_2}{a_1}}$.

La charge Q se repartit sur toute l'armature 1 et

$$Q = Q_{eau} + Q_{air} = \left[\underbrace{\frac{2\pi\varepsilon_{eau} . h}{\ln\frac{a_2}{a_1}}}_{C_{eau}} + \underbrace{\frac{2\pi\varepsilon_{air}(H-h)}{\ln\frac{a_2}{a_1}}}_{C_{air}}\right](V_1-V_2)$$

$$\Rightarrow \boxed{C = C_{eau}+C_{air}}$$

3°] $$C(h) = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{a_2}{a_1}}\left[\varepsilon_r . h + (H-h)\right] = \underbrace{\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{a_2}{a_1}} . H}_{C_0}\left[\frac{H-h}{H} + \varepsilon_r\frac{h}{H}\right]$$

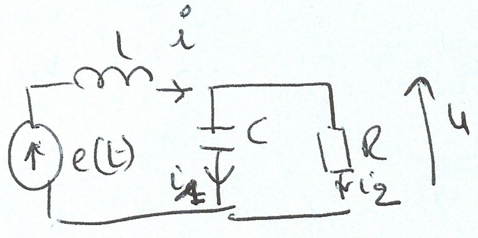
$$C(h) = C_0 \cdot \left[\frac{(\varepsilon_r-1)}{H} . h + 1\right] = \boxed{C_0(Ah+B) = C(h)}$$

avec $\boxed{A = \frac{\varepsilon_r-1}{H} \qquad B=1.}$

Cas $h=0$ $C=C_0$. (Absence d'eau).

$h=H$ $AH+B = \varepsilon_r-1+1 \Rightarrow C = C_{eau} = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon_r . h}{\ln\frac{a_2}{a_1}}$ (Absence d'air)

2°)



$$\begin{cases} E = L\dfrac{di}{dt} + u. & (1) \\ i = i_1 + i_2 & (2) \\ i_1 = C\dfrac{du}{dt} \text{ et } i_2 = \dfrac{u}{R}. & (3) \end{cases}$$

D'après (2) et (3) $i = C\dfrac{du}{dt} + \dfrac{u}{R}$ et (1) $\Rightarrow E = L\dfrac{d}{dt}\left[C\dfrac{du}{dt} + \dfrac{u}{R}\right] + u$

$$E = LC\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{L}{R}\frac{du}{dt} + u \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{du}{dt} + \frac{1}{LC}u = \frac{E}{LC}.$$

On pose $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ $\quad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{RC} \rightarrow Q = RC\omega_0 \Rightarrow$

$Q = RC\cdot\frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow \boxed{Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}}$ $\quad A = E.$

* ω_0 = pulsation propre du circuit = pulsation des oscillations sans amortissement $\Rightarrow Q \rightarrow \infty$ $(\lambda = 0)$ et $R \rightarrow \infty$. (branche ouverte).
* Q facteur de qualité $\Rightarrow$ permet de distinguer les $\neq$ régimes $Q = \frac{1}{2\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{1}{2Q} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{1}{2R}\sqrt{\frac{L}{C}}.}$

$\boxed{\lambda \text{ facteur d'amortissement.}}$

$$[\omega_0^2][u] = \left[\frac{d^2u}{dt^2}\right] = \frac{[\omega_0]}{[Q]}\left[\frac{du}{dt}\right]. \quad \Rightarrow [\omega_0^2] = T^{-2} \Rightarrow [\omega_0] = T^{-1}$$

$[u]$ ↙ Tension. $\quad \left[\frac{d^2u}{dt^2}\right]$ ↙ Tension T^{-2} $\quad \left[\frac{du}{dt}\right]$ ↳ Tension T^{-1}

et $\left[\frac{\omega_0}{Q}\right] = T^{-1} \Rightarrow [Q] = 1.$

2°] Résolution de l'équation

$$u(t) = S_{\omega_0}(t) + S_p = \underbrace{S_{\omega_0}(t)}_{\text{Solution de l'équation homogène}} + E.$$

Résolution de l'éq. homogène:

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0 \qquad e^{rt} \text{ solution } \Rightarrow r^2 + \frac{\omega_0}{Q}r + \omega_0^2 = 0.$$

$$\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2 = \omega_0^2\left[\frac{1}{Q^2} - 4\right].$$

1°cas $\quad \Delta > 0 \quad \left[\frac{1}{Q^2} - 4\right] > 0 \rightarrow Q < \frac{1}{2} \qquad r_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\omega_0^2\left(\frac{1}{Q^2} - 4\right)}.$

Régime apériodique

$\Rightarrow r_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \frac{\omega_0}{2Q}\sqrt{1 - 4Q^2}. \qquad \boxed{u(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}}$

$\Delta = 0$ $\quad \varsigma = \frac{1}{2}$ régime critique $\quad r_1 = r_2 = -\omega_0$

$$u(t) = (A_1 + B_1 t)\, e^{-\omega_0 t}$$

$\underline{\Delta < 0}$ $\quad \varsigma > \frac{1}{2}$ $\quad r_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2\varsigma} \pm i\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4\varsigma^2}}$.

$$\boxed{u(t) = A e^{-\frac{\omega_0}{2\varsigma} t} \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{avec} \quad \omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4\varsigma^2}}.}$$

3°] Détermination de $u(0^+)$ et $\frac{du}{dt}(0^+)$

à $t = 0^-$ le condensateur est déchargé $\Rightarrow u(0^-) = 0$.

$u(0^+) = u(0^-) = 0 \Rightarrow \boxed{u(0^+) = 0}$

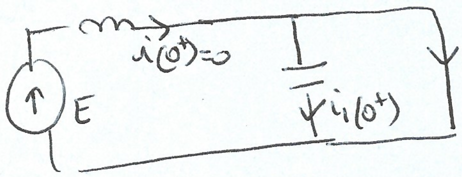
↳ Continuité de u aux bornes de C.

$i_1 = C \frac{du}{dt} \Rightarrow \frac{du}{dt}(0^+) = \frac{i_1(0^+)}{C}$.

Calcul de $i_1(0^+)$ $\quad$ à $t = 0^-$ $\; i(0^-) = 0$ (Aucun courant ne circule).

$i(0^+) = i(0^-) = 0$

↳ continuité de i traversant une bobine.



$i_2(0^+) = 0 = \frac{u(0^+)}{R} \Rightarrow i_1(0^+) = 0. \Rightarrow \boxed{\frac{du}{dt}(0^+) = 0.}$

* $u(t) = A e^{-\frac{\omega_0 t}{2\varsigma}} \cos(\omega t + \varphi) + E \quad \omega = \omega_0 \sqrt{1 - 1/4\varsigma^2} \quad \frac{\omega_0}{\varsigma} = \frac{1}{RC}$

$u(0^+) = A\cos\varphi + E = 0 \rightarrow A = -\frac{E}{\cos\varphi}$.

* $\frac{du}{dt} = A e^{-\frac{\omega_0 t}{2\varsigma}} \left[-\frac{\omega_0}{2\varsigma} \cos(\omega t + \varphi) - \omega_0 \sqrt{1 - 1/4\varsigma^2} \sin(\omega t + \varphi) \right]$.

$\frac{du}{dt}(0^+) = A e^{-\frac{\omega_0 t}{2\varsigma}} \left[-\frac{\omega_0}{2\varsigma} \cos\varphi - \omega_0 \sqrt{1 - 1/4\varsigma^2} \sin\varphi \right] = 0$.

$$\frac{\cos\varphi}{2\varsigma} + \sqrt{1 - 1/4\varsigma^2}\, \sin\varphi = 0$$

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{1}{2\varphi\sqrt{1-\frac{1}{4\varphi^2}}} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\cos^2\varphi} = 1+\operatorname{tg}^2\varphi = 1+\frac{\frac{1}{4\varphi^2}}{1-\frac{1}{4\varphi^2}} = \frac{1}{1-\frac{1}{4\varphi^2}}.$$

$$\boxed{\begin{cases} \cos\varphi = \sqrt{1-\frac{1}{4\varphi^2}} \\ \varphi = \operatorname{Arctg}\left[\frac{-\frac{1}{2\varphi}}{\sqrt{1-\frac{1}{4\varphi^2}}}\right. \end{cases} \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi < +\frac{\pi}{2}. \quad \Rightarrow A = -\frac{E}{\sqrt{1-\frac{1}{4\varphi^2}}}. \quad u(t) = E\left(1 - \frac{e^{-\frac{\omega_0 t}{2\varphi}}}{\sqrt{1-\frac{1}{4\varphi^2}}}\cos(\omega t+\varphi)\right)}$$

4] $$\delta = \ln\frac{u(t)-u_\infty}{u(t+T)-u_\infty} = \ln\frac{Ae^{-\frac{\cancel{\lambda}\omega_0 t}{2\varphi}}\cos(\omega t+\varphi)}{A\,e^{-\lambda\omega_0(t+T)}\cos(\omega(t+T)+\varphi)} = \frac{\cancel{\lambda}\omega_0 T}{2\varphi}$$

$$\delta = \frac{\cancel{\lambda}\,\cancel{\omega_0}\cdot 2\pi}{2\varphi\,\cancel{\omega_0}\sqrt{1-\frac{1}{4\varphi^2}}} = \quad \rightarrow \boxed{\delta = \frac{\frac{1}{2\varphi}}{\sqrt{1-\frac{1}{4\varphi^2}}}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\delta = \frac{2\pi}{\sqrt{4\varphi^2-1}}}.$$

$$\delta = \ln\frac{3}{1} = \boxed{1{,}1 = \delta} \qquad \varphi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4\pi^2}{\delta^2}+1} \quad \Rightarrow \boxed{\varphi = 2{,}9}$$

$$T = 1\,\mu s = \frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{1}{4\varphi^2}}} \quad \Rightarrow \quad T_0 = T\sqrt{1-\frac{1}{4\varphi^2}} = 10^{-6}\sqrt{1-\frac{1}{4\cdot(2{,}9)^2}}$$

$$\boxed{T_0 = 0{,}97\,\mu s}$$

5] $$\boxed{h = \left(\frac{C}{C_0}-1\right)\frac{H}{\varepsilon_r-1}} \qquad T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 \cdot L}. \quad \underline{AN} \quad \boxed{C = 4{,}2\cdot 10^{-11}\,F.}$$

$$C_0 = \frac{2\pi\varepsilon_0 H}{\ln\left(\frac{a_e}{a_i}\right)} \quad \underline{AN} \rightarrow \boxed{C_0 = 0{,}5\cdot 10^{-11}\,F.} \qquad h = \left(\frac{4{,}2}{0{,}5}-1\right)\cdot\frac{10}{80} = \boxed{0{,}9\,cm = h}$$

$$\boxed{V = \pi h(a_e^2 - a_i^2) = 2{,}5\cdot 10^{-5}\,m^3}$$