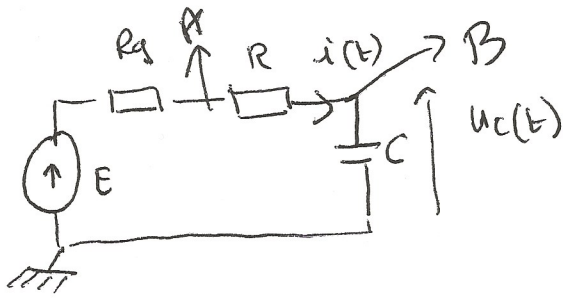


Conexion TD. Circuits du 1^o ordre en regime transitoire.



1^o à $t=0^-$ $U_c=0 \Rightarrow U_c(0^+)=U_c(0^-)=0$.

à $t \rightarrow \infty$ $i \rightarrow 0 \Rightarrow E = (R_g + R) \underset{0}{i(\infty)} + U_c(\infty)$

$\Rightarrow U_c(\infty) = \frac{E}{1+1} = \frac{E}{2}$

equation differentielle :
$$\begin{cases} E = (R + R_g) i(t) + U_c(t) \\ i(t) = C \frac{dU_c}{dt} \end{cases}$$

d'où $E = (R + R_g) C \frac{dU_c}{dt} + U_c \Rightarrow \frac{dU_c}{dt} + \frac{U_c}{(R + R_g) C} = \frac{E}{(R + R_g) C}$

On pose :

$Z = (R + R_g) C$ $S_{co}(t) = A e^{-\frac{t}{Z}}$

et Determination de la S_p :

$\frac{dS_p}{dt} + \frac{S_p}{(R + R_g) C} = \frac{E}{(R + R_g) C} \Rightarrow S_p = E$ On retrouve bien : $S_p = U_c(\infty) = E$

$$\begin{cases} U_c(t) = A e^{-\frac{t}{Z}} + E \\ \text{à } t=0^+ \quad U_c=0 \rightarrow A = -E \end{cases} \Rightarrow U_c(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{Z}} \right)$$

2^o $U_c(t_1) = 0,9 E \Rightarrow E - E e^{-\frac{t_1}{Z}} = 0,9 E \rightarrow 0,1 = e^{-\frac{t_1}{Z}}$

$t_1 = -Z \ln(0,1) = \boxed{Z \ln 10 = \tau}$

3^o en vers B, on visualise U_c

en vers A, on visualise $U_A = E - R_g i(t) = E - R_g C \frac{dU_c}{dt}$

①

$$\frac{duc}{dt} = -\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{(R+R_g)C} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

d'où $U_A(t) = E \left(1 - \frac{R_g}{R+R_g} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \Rightarrow \boxed{U_A(0^+) = \frac{R}{R+R_g} E} \neq 0.$

4°) Courbe (2) $\rightarrow U_A$.

Courbe (1) $\rightarrow U_C(t)$.

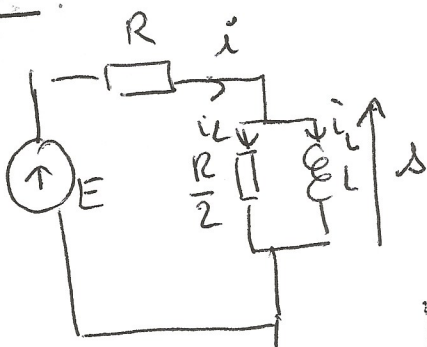
- $\begin{cases} U_A(0^+) = 4V \\ t_1 = 0,42ms \end{cases}$ et $R_g = R \left[\frac{E}{U_A(0^+)} - 1 \right] = 100 \left(\frac{6}{4} - 1 \right) = \boxed{50\Omega}$

$t_1 = (R+R_g)C \ln 10 \Rightarrow C = \frac{t_1}{(R+R_g) \ln 10} = 1,2\mu F.$

Pour visualiser le signal creneau, il faut: $\frac{T}{2} > \tau$

$\frac{1}{28} > \tau \Rightarrow f < \frac{1}{2\tau} = 27 kHz$

Ex 2



Equations du circuit: (KVL)

$$\begin{cases} E = Ri + s & (1) \\ s = \frac{R}{2} i_2 = L \frac{di_L}{dt} & (2) \\ i_L = i_2 = i & (3) \end{cases}$$

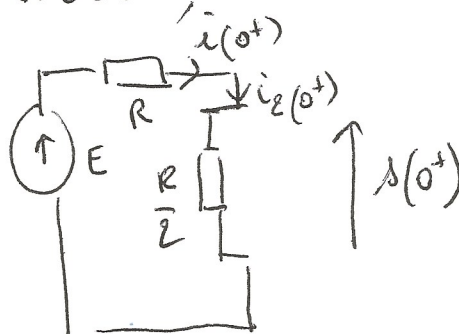
CI

$\bar{a}t=0^- \quad i_L(0^-)=0 \quad \text{et} \quad i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$
 ↑
 continuité du courant traversant la bobine.

$i(0^-)=0$ } KVL
 $i_2(0^-)=0$ }

d'où $s(0^-)=0$ car $s = \frac{R}{2} i_L$.

$\bar{a}t=0^+$, le circuit équivaut à:



$i(0^+) = i_2(0^+) = \frac{E}{R + \frac{R}{2}}$

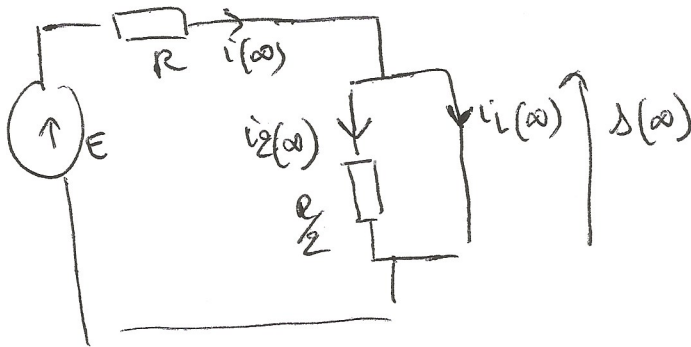
$\boxed{i(0^+) = \frac{2E}{3R}}$

et $s(0^+) = \frac{R/2}{R + R/2} \cdot E = \frac{E}{3}$

2] Régime permanent continu ($t \rightarrow \infty$).

Bobine = f.i.p

Circuit équivalent à $t \rightarrow \infty$



$\Delta(\infty) = 0$ (Tension aux bornes d'un f.i.p)

$$\Delta(\infty) = \frac{R}{2} \cdot i_2(\infty) \Rightarrow i_2(\infty) = 0$$

$$\text{d'où } \boxed{i(\infty) = i_L(\infty) = \frac{E}{R}}$$

3o] Equations différentielle vérifiée par $\Delta(t)$

$$(1) \rightarrow E = R(i_L + i_C) + \Delta$$

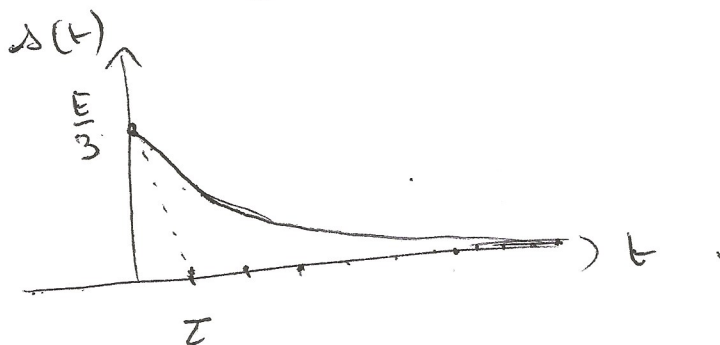
$$+ (3) \quad E = R i_L + 2\Delta + \Delta.$$

On derive

$$0 = R \frac{di_L}{dt} + 3 \frac{d\Delta}{dt} \Rightarrow \Delta \cdot \frac{R}{L} + 3 \frac{d\Delta}{dt} = 0.$$

$$\text{d'où } \boxed{\frac{d\Delta}{dt} + \frac{R}{3L} \Delta = 0} \rightarrow \tau = \frac{3L}{R} \text{ et } \Delta(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

$$\text{à } t=0^+ \quad \Delta = \frac{E}{3} \rightarrow \Delta(t) = \frac{E}{3} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$



Equation différentielle vérifiée par $i(t)$: $\Delta = E - R i$ d'après 1.

$$\text{à remplacer ds } \frac{d\Delta}{dt} + \frac{R}{3L} \Delta = 0$$

$$d'au \quad \frac{d}{dt}(E - Ri) + \frac{R}{3L}(E - Ri) = 0.$$

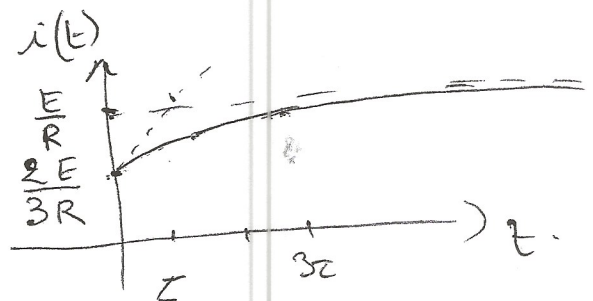
$$-R \frac{di}{dt} + \frac{R}{3L} \cdot E - \frac{R^2 i}{3L} = 0 \rightarrow \text{En simplifiant par } R$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{3L} i = \frac{E}{3L} \rightarrow \tau = \frac{3L}{R} \quad i(\infty) = \frac{E}{R}$$

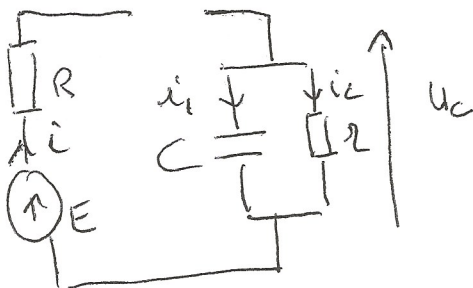
$$i(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R} \quad \text{et à } t=0^+ \quad i(0^+) = \frac{2E}{3R}$$

$$\frac{2E}{3R} = A + \frac{E}{R} \rightarrow A = \frac{2E}{3R} - \frac{E}{R} = -\frac{E}{3R}$$

$$i(t) = -\frac{E}{3R} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R}$$



Ex 3



Equations du circuit:

$$E = Ri + U_C \quad (1)$$

$$i_1 = C \frac{dU_C}{dt} \quad (2)$$

$$U_C = r i_2 \quad (3)$$

$$i = i_1 + i_2 \quad (4)$$

CF à $t=0^+$ C déchargé $\Rightarrow U_C(0^-) = 0$

Par continuité de U_C aux bornes de C $\Rightarrow U_C(0^+) = 0$

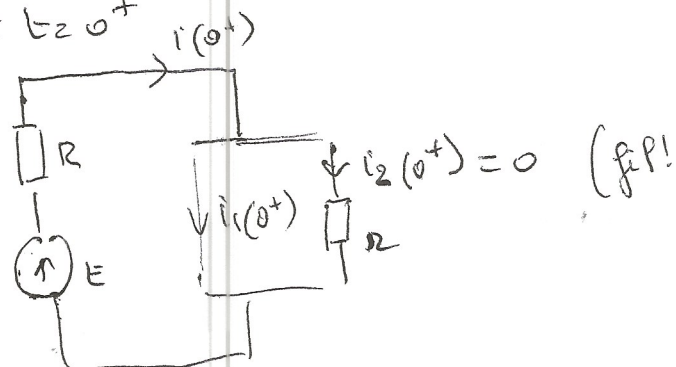
$$\text{équation (1)} \Rightarrow i(0^+) = \frac{E}{R}$$

Valeurs de $i_1(0^+)$ et $i_2(0^+)$

$$U_C(0^+) = 0 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} i_2(0^+) = 0$$

$$(4) \Leftrightarrow i_1(0^+) = i(0^+) = \frac{E}{R}$$

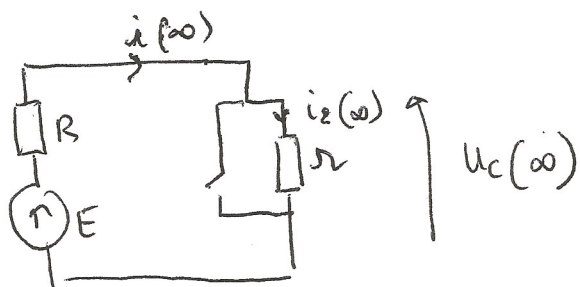
Valeurs relevées avec le circuit équivalent à $t=0^+$



(4)

2] Regime permanent continu ($t \rightarrow \infty$).

$-||- \Leftrightarrow \checkmark - \Rightarrow i_1(\infty) = 0$



$$\left| U_c(\infty) = \frac{r}{r+R} \cdot E \right| \left(\text{division de tension} \right)$$

$$\left| i(\infty) = i_2(\infty) = \frac{E}{r+R} \right|$$

valeurs que l'on peut retrouver avec les équations 1, 2, 3, 4.

$$i_1(\infty) = 0 \stackrel{(4)}{\Rightarrow} i(\infty) = i_2(\infty) \stackrel{(3)}{\Rightarrow} i(\infty) = i_2(\infty) = \frac{U_c(\infty)}{r}$$

d'où avec (1) $E = (r+R) i(\infty)$.

3) Équation différentielle vérifiée par $U_c(t)$.

$$(1) \Rightarrow E = Ri + U_c \stackrel{(2)}{=} R(i_1 + i_2) + U_c \stackrel{(1)+(3)}{=} R \left(C \frac{dU_c}{dt} + \frac{U_c}{r} \right) + U_c$$

d'où $RC \frac{dU_c}{dt} + \left(\frac{R}{r} + 1 \right) U_c = E$

$$\left| \frac{dU_c}{dt} + \frac{R+r}{R \cdot r \cdot C} U_c = \frac{E}{RC} \right|$$

On pose $\tau = \frac{R \cdot r \cdot C}{R+r}$

et $S_p = \frac{E/RC}{(R+r)/R \cdot r \cdot C} = \frac{r}{R+r} \cdot E = U_c(\infty)$

(On retrouve le résultat de la question 2)

d'où $U_c(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{rE}{R+r}$

à $t=0^+$ $0 = A + \frac{rE}{R+r} \Rightarrow \left| U_c(t) = \frac{r \cdot E}{R+r} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right|$

4] Équation différentielle vérifiée par $i(t)$:

On peut utiliser la même méthode que ds l'ex 2 on a plus 0.

On derive (1) $\Rightarrow R \frac{di}{dt} + \frac{dU_C}{dt} = 0.$

(2) $\Rightarrow R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$

(4) $\Rightarrow R \frac{di}{dt} + \frac{i - i_2}{C} = 0.$

(3) $\Rightarrow R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} - \frac{U_C}{RC} = 0.$

(1) $\Rightarrow R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} - \left(\frac{E - Ri}{RC} \right) = 0.$

et on obtient: $\frac{di}{dt} + \frac{R+R}{RC} i = \frac{E}{R(R+C)}$

d'où $\tau = \frac{RC}{R+R}$

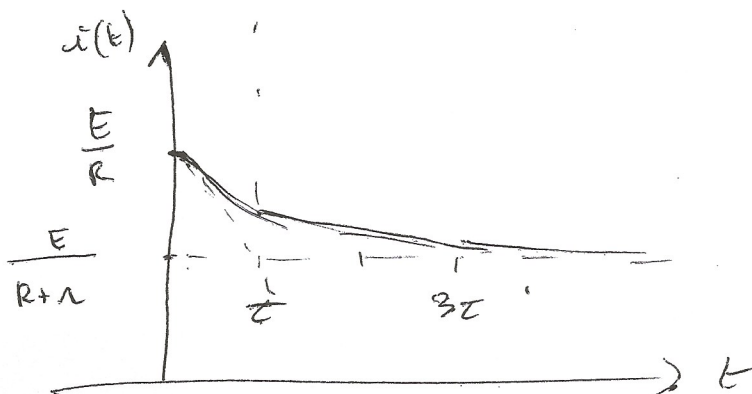
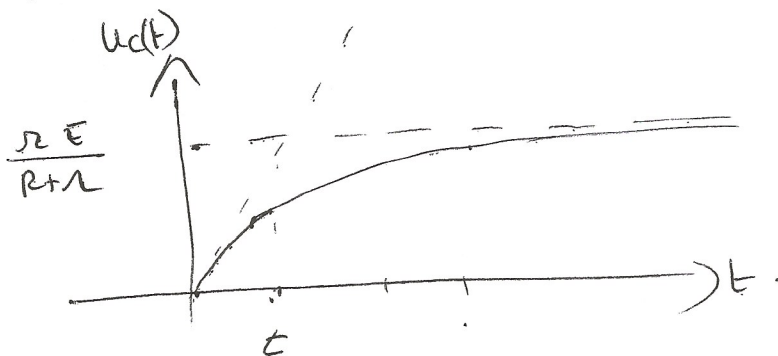
et $S_p = \frac{E}{R+R}$

$$i(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R+R}.$$

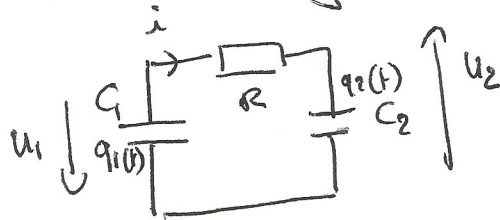
à $t=0^+ \quad \frac{E}{R} = A + \frac{E}{R+R} \rightarrow A = \frac{E}{R} - \frac{E}{R+R} = \frac{R}{R(R+R)} E$

$$\frac{R}{R(R+R)} E$$

$$i(t) = \frac{R}{R(R+R)} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R+R}.$$



204 Decharge d'un condensateur:



à $t=0^-$ $q_1(0^-) = q_0 \rightarrow q_1(0^+) = q_0$ par
 $q_2(0^-) = 0 \rightarrow q_2(0^+) = 0$ continuité de la charge.

$$i = \frac{dq_1}{dt} = \frac{dq_2}{dt} \Rightarrow \left. \begin{aligned} q_1(t) &= q_2(t) + q_0 \\ \text{à } t=0^+ \quad q_0 &= 0 + q_0 \end{aligned} \right\} \rightarrow q_1(t) = q_2(t) + q_0$$

d'où $\boxed{q_1(\infty) = q_2(\infty) + q_0} \quad (1)$

De plus à $t \rightarrow \infty$ $i(\infty) = 0$; d'où la loi des mailles donne
 $u_1 + u_R + u_2 = 0$ avec $u_R = 0$ et $u_1 = \frac{q_1(\infty)}{C_1}$ et $\frac{q_2(\infty)}{C_2} = u_2$.

d'où $\boxed{\frac{q_1(\infty)}{C_1} + \frac{q_2(\infty)}{C_2} = 0} \quad (2)$

d'où $q_1(\infty) = -\frac{C_2}{C_1} q_2(\infty) + q_0 \Rightarrow q_1(\infty) \left[1 + \frac{C_2}{C_1} \right] = q_0$.

$\boxed{q_1(\infty) = \frac{q_0 \cdot q_0}{q_1 + q_2}} \quad \boxed{q_2(\infty) = -\frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot q_0}$

2] La loi des mailles à $t=0^+$ donne $u_1(0^+) + Ri(0^+) + u_2(0^+) = 0$
 $\frac{q_1(0^+)}{C_1} + Ri(0^+) + \frac{q_2(0^+)}{C_2} = 0$

d'où $\boxed{i(0^+) = -\frac{q_0}{R \cdot C_1}}$

3] On derive la loi des mailles $\frac{du_1}{dt} + R \frac{di}{dt} + \frac{du_2}{dt} = 0$.

$$\frac{i}{C_1} + R \frac{di}{dt} - \frac{i}{C_2} = 0 \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{1}{R} \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right] i = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{q_1 + q_2}{R C_1 C_2} i = 0 \Rightarrow \text{On pose } \tau = \frac{R C_1 C_2}{q_1 + q_2}$$

à $t=0^+ \quad i(0^+) = -\frac{q_0}{R C_1} \Rightarrow \boxed{i(t) = -\frac{q_0}{R C_1} e^{-\frac{t}{\tau}}}$

$$4.0] \quad \epsilon_1(0^+) = \frac{q_0^2}{2C_1} \quad \epsilon_2(0^+) = 0$$

$$\epsilon_1(\infty) = \left(\frac{C_1}{C_1+C_2}\right)^2 \cdot \frac{q_0^2}{2C_1} \quad \epsilon_2(\infty) = \left(\frac{C_2}{C_1+C_2}\right)^2 \cdot \frac{q_0^2}{2C_2} = \frac{C_2}{2(C_1+C_2)^2} \cdot q_0^2$$

$$= \frac{C_1}{2(C_1+C_2)^2} q_0^2$$

$$\text{donc } \Delta \epsilon_c = [\epsilon_1(\infty) - \epsilon_1(0)] + [\epsilon_2(\infty) - \epsilon_2(0^+)]$$

$$= \frac{C_1 q_0^2}{2(C_1+C_2)^2} - \frac{q_0^2}{2C_1} + \frac{q_0^2 \cdot C_2}{2(C_1+C_2)^2} = \frac{q_0^2 (C_1+C_2)}{2(C_1+C_2)^2} - \frac{q_0^2}{2C_1}$$

$$= \frac{q_0^2}{2(C_1+C_2)} - \frac{q_0^2}{2C_1} = \frac{q_0^2}{2} \left[\frac{1}{C_1+C_2} - \frac{1}{C_1} \right] = - \frac{q_0^2 \cdot C_2}{2C_1(C_1+C_2)} < 0$$

L'énergie perdue est dissipée par effet Joule ds la résistance.

On le vérifie directement en calculant.

$$E_R(t \rightarrow \infty) - E_R(0) = \int_0^\infty R i^2(t) dt = \int_0^\infty R \cdot \frac{q_0^2}{R^2 C_1^2} e^{-\frac{2t}{\tau}} dt$$

$$= \frac{q_0^2}{R C_1^2} \cdot \left(-\frac{\tau}{2}\right) \underbrace{\left[e^{-\frac{2t}{\tau}} \right]_0^\infty}_{-1} = - \frac{q_0^2}{2 R C_1^2} \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1+C_2} = \frac{+ q_0^2 C_2}{2 C_1 (C_1+C_2)}$$