

**Le sujet est constitué de 3 exercices indépendants.**

**On veillera**

**1-à la rédaction des explications qui doivent être précises mais concises.**

**2-à la bonne présentation de la copie et en particulier à l'orthographe.**

**3-à mettre en évidence les résultats : les expressions littérales (homogénéité dimensionnelle à respecter) seront encadrées, ainsi que les résultats numériques (accompagnés d'unités).**

**4-Les questions devront être numérotées clairement et séparées les unes des autres.**

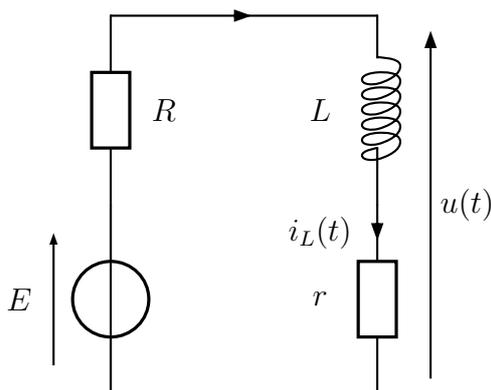
**5- Le sujet n'est pas à rendre avec la copie et doit être conservé par les étudiants**

**6-Le calcul d'une grandeur électrique devra être accompagnée obligatoirement du schéma du circuit correspondant comportant les grandeurs utiles à la résolution.**

## Exercice 1

### Partiel

On considère une bobine idéale d'inductance  $L$  en série avec une résistance  $r$ . L'ensemble est branché aux bornes d'un générateur réel pour réaliser le circuit ci-dessous:



Le générateur de tension continue, réel de force électromotrice  $E$ , de résistance interne  $R$ , en série avec un interrupteur idéal  $K$  produit un échelon de tension : pour  $t < 0$ ,  $K$  est ouvert, et on ferme  $K$  à  $t = 0$ .

1-Proposer un protocole de mesure permettant d'obtenir la résistance interne  $R$

du générateur.

2-Déterminer en justifiant soigneusement les expressions de  $i_L$  et  $u$  aux instant  $0^-$  et  $0^+$  ainsi qu' en régime permanent.

3- Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité  $i_L(t)$  dans le circuit pour  $t > 0$ .

4-Mettre cette équation sous la forme canonique et faire apparaître la constante de temps  $\tau$  dont on donnera l'expression et la signification.

5- Déterminer l'expression de  $i_L(t)$  en la justifiant soigneusement.

6- Tracer soigneusement  $i_L(t)$ .

7-Déterminer l'expression de  $u(t)$  la tension aux bornes de la bobine réelle à partir de  $i_L(t)$  et vérifier les résultats de la question 2.

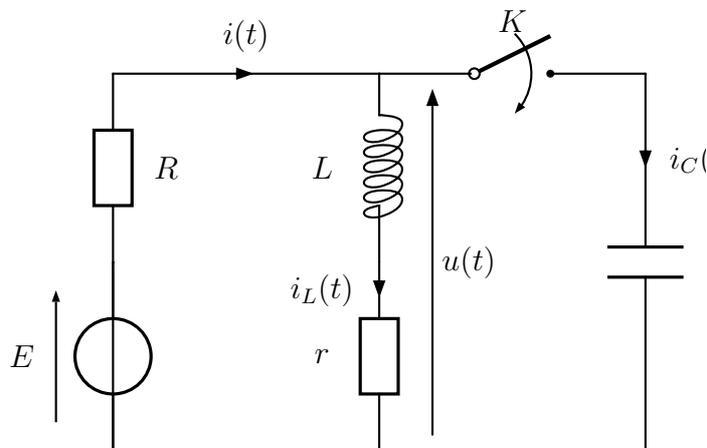
8- On souhaite observer le courant  $i_L(t)$  à l'oscilloscope et la tension aux bornes du générateur. On précise que le générateur impose la masse du circuit. Faire un schéma du circuit électrique en faisant apparaître les branchements de l'oscilloscope (CH1,CH2 et la masse).

## Partie2

On reprend le circuit précédent auquel on ajoute un condensateur de capacité  $C$  en série avec un interrupteur idéal  $K$ .

$K$  est ouvert depuis assez longtemps pour que le circuit ait atteint le régime permanent.

Pour simplifier les expressions, on place la nouvelle origine des temps au moment où on ferme  $K$ . Le condensateur est initialement déchargé.



9- Déterminer les expressions des trois courants et de la tension  $u$   
a- juste avant la fermeture de  $K$

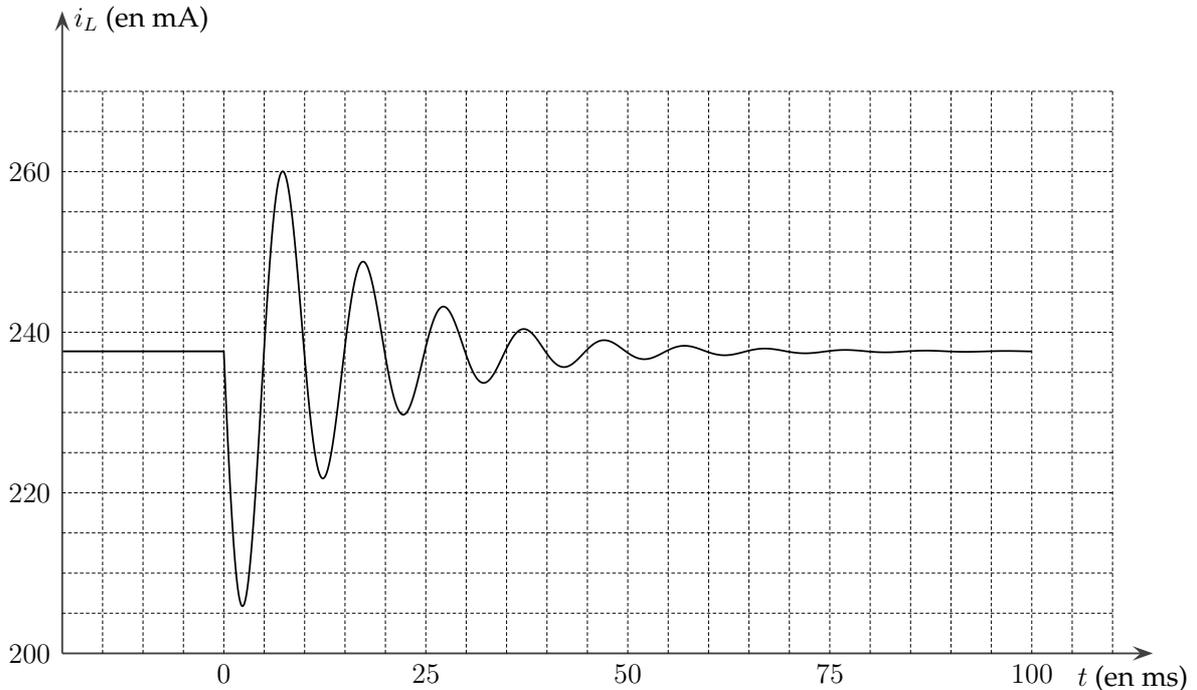
- b- juste après la fermeture de K
- c-en régime permanent.

10- Etablir l'équation différentielle vérifiée par  $i_L(t)$  et la mettre sous forme canonique . Quelle est l'expression de la pulsation propre et du facteur de qualité Q de ce circuit?

11- En utilisant la forme canonique de l'équation différentielle, déterminer les dimensions de Q et de la pulsation propre. Vérifier alors que les expressions établies en fonction de  $r, R, L$  et  $C$  sont bien homogènes.

12- Déterminer les conditions initiales utiles pour la résolution de cette équation différentielle et déterminer l'expression complète de  $i_L(t)$  en régime pseudo-périodique.

13- La courbe  $i_L(t)$  est donnée ci-dessous:



a- Sachant que  $r = 0,5\Omega$  et  $R = 50\Omega$ , déterminer la valeur de  $E$ .

b- A l'aide de décrétement logarithmique, déterminer la valeur du facteur de qualité et justifier que cette valeur correspond bien à un régime pseudo-périodique.

c- Mesurer  $T$  et en déduire la valeur de la période propre  $T_0$ .

## EXERCICE 2: Modélisation du halo solaire (BCPST 2023)

Données numériques :

- Célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
- Indice optique de l'air :  $n_a = 1,00$
- Indice optique de la glace :  $n_g = 1,31$ .

### A. La réfraction de la lumière

1. On considère un milieu homogène, isotrope et transparent à la lumière. Donner l'expression de l'indice optique  $n$  de ce milieu en définissant les termes utilisés dans votre formule.

On étudie le phénomène de la réfraction et de la réflexion de la lumière. Un rayon lumineux incident arrive sur un dioptre qui sépare deux milieux d'indice optique  $n_1$  et  $n_2$ . On note  $\theta_1$  l'angle d'incidence du rayon incident,  $\theta_1'$  l'angle que le rayon réfléchi fait avec la normale au dioptre, et  $\theta_2$  l'angle que le rayon réfracté fait avec cette même normale.

2. Rappeler les lois de la réflexion et de la réfraction de Snell-Descartes et faire le schéma avec les notations de l'énoncé.
3. Montrer que, dans le cas où  $n_2 < n_1$ , si  $\theta_1$  est supérieur à une valeur  $\theta_{lim}$ , le rayon incident est totalement réfléchi par le dioptre. Exprimer  $\theta_{lim}$  en fonction de  $n_1$  et  $n_2$ .
4. Dans le cas d'un dioptre séparant la glace (milieu 1) de l'air (milieu 2), calculer la valeur de  $\theta_{lim}$  en degrés.

### B. Le halo solaire

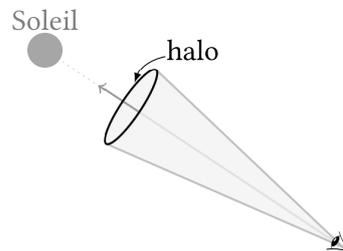


FIGURE 1 – Halo solaire. À gauche, photographie d'un halo solaire. À droite, géométrie du halo solaire : le halo apparaît sous la forme d'un cercle lumineux intense centré sur l'axe qui relie l'œil de l'observateur au Soleil.

Le halo solaire, ou anthélie, est un phénomène optique atmosphérique qui ressemble à un arc-en-ciel circulaire (voir figure 1 à gauche). Il apparaît sous la forme d'un cercle coloré dont le soleil occupe le centre. L'objectif de cette partie est la détermination du rayon angulaire du halo (qui représente l'angle au sommet du cône représenté sur la figure 1 à droite).

Le halo est dû à la réfraction de la lumière issue du soleil par de petits cristaux de glace en forme de bâtonnets. Les plus petits de ces cristaux (dont la taille peut être inférieure à  $20 \mu\text{m}$ )

ont un mouvement erratique provoqué par le choc des molécules qui constituent l'air; ils ont donc toutes les orientations possibles dans l'espace. Puisqu'on ne s'intéresse qu'à la déviation des rayons lumineux, on peut modéliser la réfraction de la lumière issue du soleil par l'ensemble de ces cristaux par la réfraction de la lumière par un seul cristal en considérant un angle d'incidence variable.

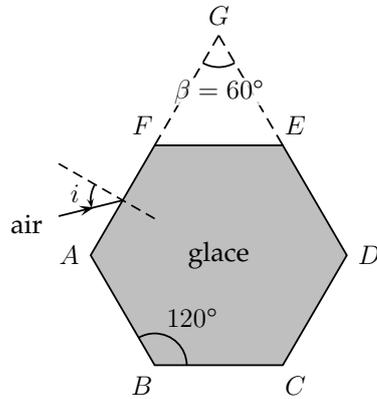


FIGURE 2 – Représentation de la section droite d'un cristal de glace et d'un rayon lumineux incident sur la face (AF) du cristal.

La figure 2 donne la représentation de la section droite d'un cristal de glace. Cette section présente la géométrie d'un hexagone régulier (ABCDEF). Un rayon lumineux incident, contenu dans le plan de cette section, atteint la face (AF) avec un angle d'incidence variable  $i$ . On étudie la déviation de ce rayon lumineux par le cristal.

- Supposons que le rayon qui entre dans le cristal atteint la face (EF) (voir figure 3 page 3).

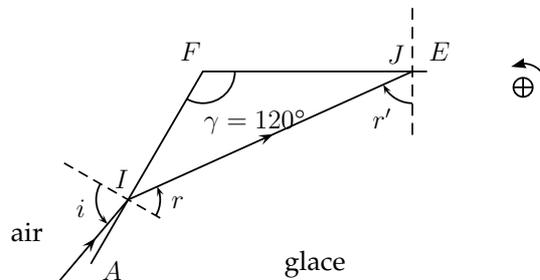


FIGURE 3 – Cas d'un rayon atteignant la face FE après être entré par la face AF.

- Déterminer la relation entre l'angle de réfraction  $r$  en  $I$  et l'angle d'incidence  $r'$  en  $J$ . Justifier.
- Déterminer la valeur maximale de l'angle de réfraction  $r$ .
- En déduire que l'angle d'incidence  $r'$  est supérieur en valeur absolue à une valeur que l'on déterminera.
- Le rayon lumineux peut-il alors sortir de la face (EF)?

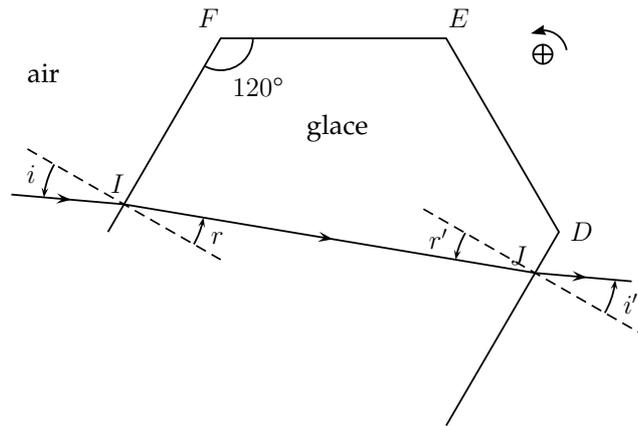


FIGURE 4 – Cas d'un rayon atteignant la face  $CD$  après être entré par la face  $AF$

- Justifier qu'un rayon lumineux qui émerge par la face ( $CD$ ) est parallèle au rayon lumineux incident et n'est donc pas dévié par le cristal de glace (voir figure 4 page 4).

On considère le rayon émergent par la face ( $DE$ ). Les faces ( $AF$ ) et ( $DE$ ) sont analogues aux faces d'un prisme de sommet  $G$ , d'angle au sommet  $\beta$  égal à  $60^\circ$  et d'indice optique égal à celui de la glace, à savoir  $n_g$  (voir figure 5 page 4). On sera très attentif à l'orientation des angles choisie sur cette figure.

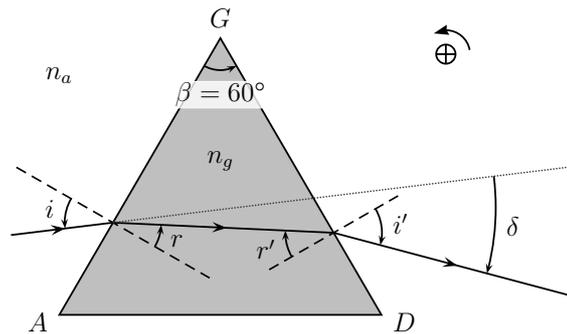


FIGURE 5 – Déviation du rayon lumineux incident par le prisme ( $ADG$ ) d'indice optique  $n_g$ .

- Établir les expressions de  $\beta$  et  $\delta$  en fonction des angles de la figure, en respectant l'orientation choisie.
- La figure 6 page 5 montre les variations de la déviation  $|\delta|$  en fonction de l'angle d'incidence  $i$ . On constate l'existence d'une valeur minimale dont on admet qu'elle est obtenue lorsque  $i = -i'$ . En déduire que dans cette configuration :

$$r = \frac{\beta}{2} \quad \text{et} \quad \sin(i) = \frac{n_g}{n_a} \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

- La figure 6 montre que la valeur minimale de  $|\delta|$  est approximativement égale à  $22^\circ$ . Retrouver ce résultat par le calcul.

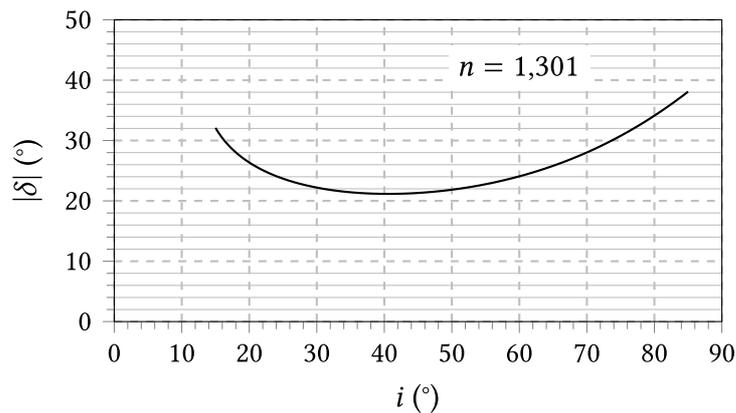


FIGURE 6 – Déviation du rayon lumineux en fonction de l'angle d'incidence.

6. Expliquer pourquoi l'observateur observe une accumulation de lumière (le halo solaire) dans la direction qui correspond à une ouverture angulaire de  $22^\circ$  autour de l'axe dirigé de son œil vers le Soleil.
7. L'indice optique de la glace est une fonction décroissante de la longueur d'onde. On observe que le halo est irisé (l'irisation est la production des couleurs de l'arc-en-ciel par décomposition de la lumière du Soleil) : de l'intérieur vers l'extérieur du halo, les couleurs observées varient du rouge au bleu. Faire un schéma. Préciser si les résultats établis précédemment sont en accord avec cette observation.

### EXERCICE 3 : Dioptrés et miroirs

#### Partie 1 – Cours

##### 1-Miroir plan

a-Rappeler la formule de conjugaison d'un miroir plan.

b-Faire un schéma clair comprenant un point objet réel A, son image A' et un rayon incident sur le miroir avec un angle d'incidence  $i$ .

c-Même question pour un point objet virtuel A.

d-Tracer alors la trajectoire complète du rayon lumineux incident. Indiquer dans chaque cas la nature de l'image

##### 2- Dioptré plan

a- Rappeler la formule de conjugaison reliant un point objet A et son image A' lorsque la lumière se propage d'un milieu d'indice  $n_1$  vers le milieu d'indice  $n_2$ .

b-Faire un schéma clair comportant A et A' ainsi que la trajectoire complète d'un rayon lumineux incident sur le dioptré avec un angle d'incidence  $i$  dans les quatre cas suivants:

- A réel et  $n_1 < n_2$
- A réel et  $n_1 > n_2$
- A virtuel et  $n_1 < n_2$
- A virtuel et  $n_1 > n_2$

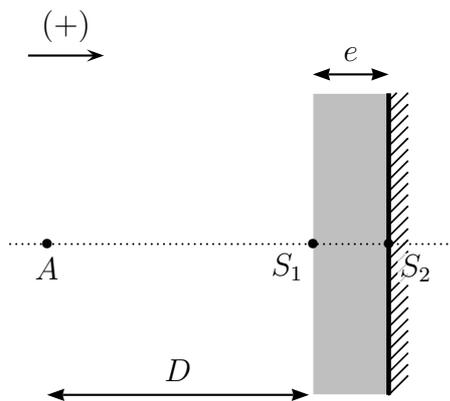
3- Quelle doit être la condition vérifiée par les angles d'incidence pour que les formules de conjugaisons soient valides.

### Partie 2-Miroir réel

Un miroir réel est constitué d'une fine couche métallique, appelée tain, considérée comme un miroir plan parfait, recouverte (pour la protéger) d'une lame de verre d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n$ .

Soit un point objet  $A$ , soient  $S_1$  et  $S_2$  les points d'intersection de la normale au miroir passant par  $A$  avec les deux faces de la lame de verre. On note  $D$  la distance entre  $A$  et  $S_1$ .

On supposera que les conditions de Gauss sont réalisées et on pourra utiliser les formules de conjugaison de la partie 1. On considère que l'indice de l'air est égal à 1.



5- On note  $A'$ , l'image de  $A$  par le miroir réel. Montrer qu'il existe 2 images intermédiaires  $A_1$  et  $A_2$  et exprimer les distances algébriques  $S_1A_1$  et  $S_1A_2$  en fonction de la distance algébrique  $S_1A$ .

6- En déduire la distance algébrique  $S_1A'$  en fonction de  $S_1A$ ,  $e$  et  $n$ .

7- On considère un rayon lumineux issu de  $A$  et arrivant vers le miroir avec un angle d'incidence  $i$ . Placer les points  $A$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A'$  et tracer la trajectoire complète de ce rayon sur un grand schéma.

8- On considère que deux systèmes optiques sont équivalents s'ils possèdent la

même relation de conjugaison. Montrer que ce miroir réel est équivalent à un miroir plan parfait (Me) placé à une distance  $x = e/n$  de la face d'entrée du miroir réel. Placer ce miroir parfait sur le schéma précédent.