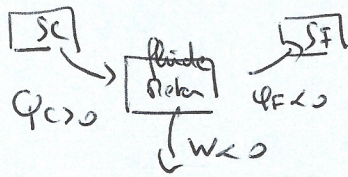


Concevoir TD machines thermiques.

Ex 1. Cons.



1- Notion.
 $\Delta U_{\text{cycle}} = W + Q_c + Q_F = 0$

$\Delta S_{\text{cycle}} = 0 = S_{\text{ech}} + S_{\text{irr}}$ avec $S_{\text{ech}} = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_F}{T_F}$

et $S_{\text{irr}} \geq 0$ (second principe) $\Rightarrow \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0$

$\eta = \frac{-W}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_F}{Q_c} = 1 + \frac{Q_F}{Q_c}$

et $\frac{Q_F}{Q_c} \leq -\frac{T_F}{T_c} \Rightarrow \eta \leq 1 - \frac{T_F}{T_c}$ et $\eta_{\text{max}} = 1 - \frac{T_F}{T_c} = \eta_{\text{reversible}}$

ex - Centrale nucléaire : Source chaude : eau en contact avec la cuve où a lieu la machine nucléaire

- Source froide : eau de circuit de refroidissement.

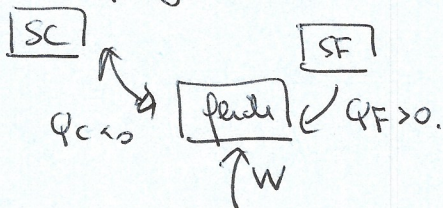
- W : travail mécanique fourni à la turbine.

AN $\theta_c = 600^\circ\text{C} \rightarrow T_c = 600 + 273 = 873\text{K}$

$\theta_f = 20^\circ\text{C} \quad T_F = 20 + 273 = 293\text{K}$

$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_c} = 0,66$ | En réalité $\eta \approx 0,33$

2- Réfrigérateur.



SC : externe. $T_c = 300\text{K}$

SF : interne. $T_F = 280\text{K}$

$\epsilon = \frac{Q_F}{W} = -\frac{Q_F}{Q_c + Q_F} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_F}}$

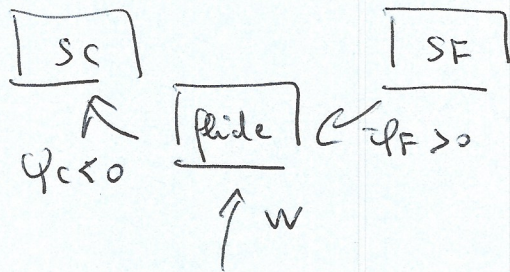
or $\frac{Q_c}{Q_F} \leq -\frac{T_c}{T_F} \Rightarrow 1 + \frac{Q_c}{Q_F} \leq 1 - \frac{T_c}{T_F} \Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_F}} \geq \frac{1}{1 - \frac{T_c}{T_F}}$

$\epsilon_{\text{max}} = \epsilon_{\text{carnot}} = \frac{T_F}{T_c - T_F} = \frac{280}{20} = 14!$

$\epsilon_{\text{réel}} \approx 2 \text{ à } 3$

(1)

3- Pompe à chaleur.



SF externe.
SC interne

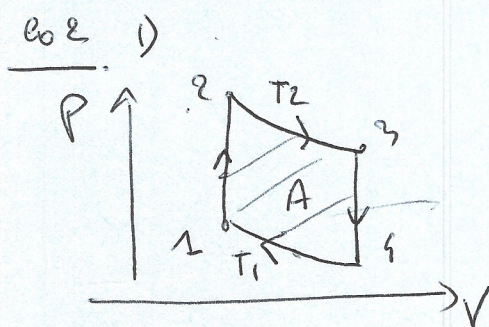
$$\theta_c = 35^\circ \text{C} \Rightarrow T_c = 273 + 35 = 308 \text{ K}$$

$$\theta_F = 7^\circ \text{C} \rightarrow T_F = 7 + 273 = 280 \text{ K}$$

$$e = \frac{-Q_c}{W} = \frac{-Q_c}{-(Q_c + Q_F)} = \frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_c}} \quad \text{avec} \quad \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0$$

$$d'au \quad Q_F \leq -\frac{T_F}{T_c} Q_c \Rightarrow \frac{Q_F}{Q_c} \geq -\frac{T_F}{T_c} \Rightarrow 1 + \frac{Q_F}{Q_c} \geq 1 - \frac{T_F}{T_c} \Rightarrow e \leq \frac{T_c}{T_c - T_F}$$

$$e_{\text{max}} = \frac{308}{28} = 11$$



2) Aire du cycle = W_{cycle} si cycle moteur
(sens de parcours 1-2-3-4-1).

Aire du cycle = $-W_{\text{cycle}}$ si cycle pompe
(sens de parcours = sens inverse).

2-3 isotherme T_2 $\Delta U_{2-3} = 0 = W_{2-3} + Q_{2-3} \Rightarrow Q_{2-3} = -W_{2-3}$

4-1 isotherme T_1 $\Delta U_{4-1} = 0 = W_{4-1} + Q_{4-1} \Rightarrow Q_{4-1} = -W_{4-1}$

$$\Delta U_{1-2} = Q_{1-2} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 - T_1) > 0$$

$$\Delta U_{3-4} = Q_{3-4} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_2) < 0$$

$$Q_{1-2} + Q_{3-4} = 0$$

$$W_{2-3} = -nRT_2 \int_{V_2}^{V_3} \frac{dV}{V} = -nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} \rightarrow Q_{2-3} = nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} > 0 = Q_c$$

$$W_{4-1} = -nRT_1 \int_{V_4}^{V_1} \frac{dV}{V} = -nRT_1 \ln \frac{V_1}{V_4} \rightarrow Q_{4-1} = nRT_1 \ln \frac{V_1}{V_4} < 0 = Q_F$$

$$e = -\frac{W}{Q_{2-3}} = \frac{Q_{2-3} + Q_{4-1}}{Q_{2-3}} = 1 + \frac{Q_{4-1}}{Q_{2-3}} = 1 + \frac{T_1}{T_2} \frac{\ln \frac{V_1}{V_4}}{\ln \frac{V_3}{V_2}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0.95$$

AN $Q_{1-2} = 2.08 \text{ kJ}$

$Q_{2-3} = 2.3 \text{ kJ}$

$Q_{4-1} = -1.73 \text{ kJ}$

(2)

$$\eta = -\frac{W}{Q_C} = -\frac{W}{Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3}}$$

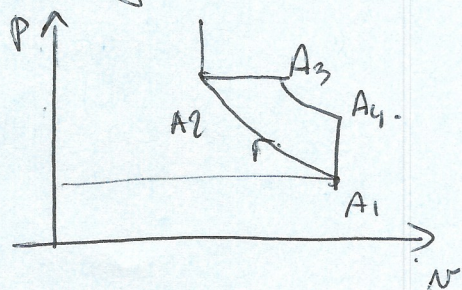
avec $W + Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 1} = 0$ et $Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{3 \rightarrow 4} = 0$.

$$W = -[Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{4 \rightarrow 1}] \quad \text{d'où} \quad \eta = 1 + \frac{Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{4 \rightarrow 1}}{Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{1 \rightarrow 2}} = 1 + \frac{T_2 - T_1 \ln \frac{V_4}{V_1}}{T_2 \ln \frac{V_4}{V_1} + \frac{(T_2 - T_1)}{\gamma - 1}}$$

AN. $Q_{1 \rightarrow 2} = 2,05 \text{ kJ}$
 $Q_{2 \rightarrow 3} = 2,3 \text{ kJ}$
 $Q_{4 \rightarrow 1} = -1,73 \text{ kJ}$

$$\eta = 1 + \frac{2,3 - 1,73}{2,3 + 2,05} = 13\%$$

Ex 3 Cycle Diesel.



$$Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta H_{2 \rightarrow 3} = \frac{mR}{\gamma - 1} (T_3 - T_2) > 0 \quad Q_{2 \rightarrow 3} = Q_C$$

$$Q_{4 \rightarrow 1} = \Delta H_{4 \rightarrow 1} = \frac{mR}{\gamma - 1} (T_1 - T_4) < 0 \quad Q_{4 \rightarrow 1} = Q_F$$

$$\eta = -\frac{W}{Q_C} = \frac{Q_F + Q_C}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

$$\eta = 1 + \frac{T_1 - T_4}{\gamma(T_3 - T_2)}$$

loi de LAPLACE $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$

On pose $\alpha = \frac{V_1}{V_2}$ $\beta = \frac{V_1}{V_3}$

1 $\rightarrow$ 2 adiabatique $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \rightarrow T_2 = T_1 \cdot \alpha^{\gamma-1}$
 3 $\rightarrow$ 4 " $T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1} \rightarrow T_3 = T_4 \cdot \beta^{\gamma-1}$

2 $\rightarrow$ 3 isobare $\rightarrow P_2 = P_3 \rightarrow \frac{T_2}{V_2} = \frac{T_3}{V_3} \rightarrow T_3 = T_2 \cdot \frac{V_3}{V_2} = T_2 \frac{V_3}{V_1} \times \frac{V_1}{V_2} = T_2 \cdot \frac{\alpha}{\beta}$

d'où $T_2 = T_1 \cdot \alpha^{\gamma-1}$ $T_3 = \frac{\alpha}{\beta} \cdot T_1 \cdot \alpha^{\gamma-1} \Rightarrow T_3 = T_1 \cdot \frac{\alpha^\gamma}{\beta}$

et $T_4 = \frac{T_3}{\beta^{\gamma-1}} \Rightarrow T_4 = T_1 \cdot \frac{\alpha^\gamma}{\beta^\gamma}$

d'où $\eta = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{T_1 - T_1 \frac{\alpha^\gamma}{\beta^\gamma}}{T_1 \cdot \frac{\alpha^\gamma}{\beta} - T_1 \alpha^{\gamma-1}}$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma(\alpha\beta)^{\gamma-1}} \left[\frac{\alpha^\gamma - \beta^\gamma}{\alpha - \beta} \right]$$

$\alpha = 15$ $\beta = 5$ $\eta = 0,56$

AN $V_1 = 240 \text{ cm}^3$
 $V_2 = 16 \text{ cm}^3$
 $V_3 = 48 \text{ cm}^3$

$\gamma = 1,4$

Ex 4 Chauffage d'un bâtiment -

1°) Puissance à chauffer.

interne
[SC]

externe.
[SF]

$$e = -\frac{Q_c}{W} = 3,2$$

$$P_c = \frac{\delta Q_c}{dt} = 5,0 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{h}^{-1}$$

$Q_c < 0$

[Perte] $Q_F > 0$
 $\uparrow W > 0$

$$e = -\frac{P_c}{P} \rightarrow \boxed{P = -\frac{P_c}{e}}$$

AN $P_c = 5,0 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{h}^{-1}$
 $e = 3,2$

$$\rightarrow P = 1,56 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{1,56 \cdot 10^6}{3600} \text{ W} = 433 \text{ W}$$

2°) $P_{eq} = P_c = 5,0 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{h}^{-1} = 1388 \text{ W}$

3°) $x = \text{nb de litres de fuel consommés en 1h}$. $x \cdot 37 \cdot 10^7 \cdot 0,8 = 5,0 \cdot 10^6 \Rightarrow x = \frac{5}{37 \cdot 0,8 \cdot 10^7} \cdot 10^6$

$$\boxed{x = 0,17 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1}}$$

4°) $y = \text{nb de litres de fuel consommés en 1h}$. $37 \cdot 10^7 \cdot 0,4 = P = \frac{P_c}{e}$

$$y = \frac{5,0 \cdot 10^6}{37 \cdot 10^7 \cdot 0,4 \cdot 3,2} = \boxed{0,11 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1} = y}$$

Ex 5 Cycle de Brayton - Congélateur -

$Q_c < 0$

$Q_F < 0$

[SC]

[SF]

$$e = \frac{T_F}{T_c - T_F} = \frac{273}{20} = 13,65 = \frac{Q_F}{W}$$

$Q_c < 0$ [Perte] $Q_F > 0$
 $\uparrow W$

$$W = \frac{Q_F}{e}$$

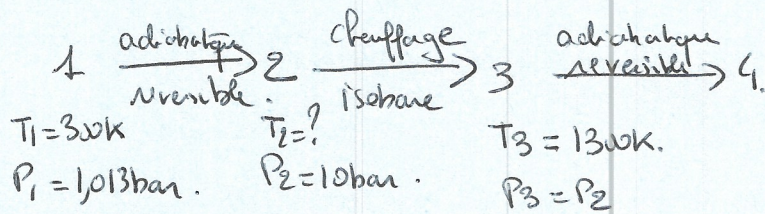
avec $Q_F = - [m \cdot c_p (T_0 - T_1) - m \Delta R_{\text{fusion}}] = -1000 [-4,18 \cdot 10^3 \cdot 70 - 330 \cdot 10^3]$

$$\boxed{Q_F = 414 \cdot 10^6 \text{ J}}$$

$$1 \text{ kWh} = 1000 \cdot 3600 = 36 \cdot 10^5 \text{ J} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$P_{\text{nb de cycles}} = \frac{Q_F}{e \cdot 3,6 \cdot 10^6} = 1,09 \text{ cycles}$$

006 Cycle de Brayton.



$3 \rightarrow 4$ " "
 $1 \rightarrow 2$ adiabatique réversible $\Rightarrow$

$$\Delta S_{3 \rightarrow 4} = \overset{0}{\underset{0}{S_{ch}}} + \overset{0}{\underset{0}{S_{un}}} = 0$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \overset{0}{\underset{0}{S_{ch}}} + \overset{0}{\underset{0}{S_{un}}} = 0.$$

en T_2 $\theta_2 = 310^\circ\text{C}$.

en T_4 $\theta_4 = 450^\circ\text{C}$.

1^{er} principe thermodynamique : $\Delta h = w + q \Rightarrow w_{1 \rightarrow 2} = w_{compression} = h_2 - h_1 = 270 \text{ kJ kg}^{-1}$.

et $w_{3 \rightarrow 4} = w_{turbine} = h_4 - h_3 = -700 \text{ kJ kg}^{-1}$.

$w_{cycle} = -430 \text{ kJ kg}^{-1}$ = Travail fourni à l'extérieur.

$q_c = h_3 - h_2 = 850 \text{ kJ kg}^{-1} \Rightarrow \eta = \frac{430}{850} \approx 0,5.$

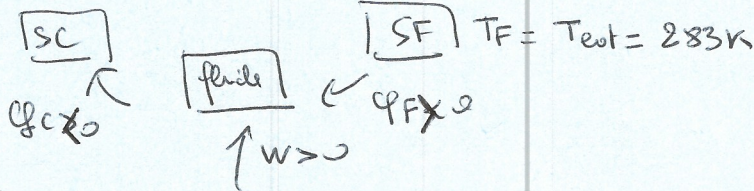
$c_p = \frac{\partial h}{\partial T} = \frac{\Delta h}{\Delta T} = \frac{1200}{1100} = 1,1 \text{ kJ K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$.

Par m G.P $c_p = \frac{R\gamma}{\gamma(\gamma-1)}$ avec $\gamma = 1,4$ $\eta = 29 \text{ g mol}^{-1} = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$.

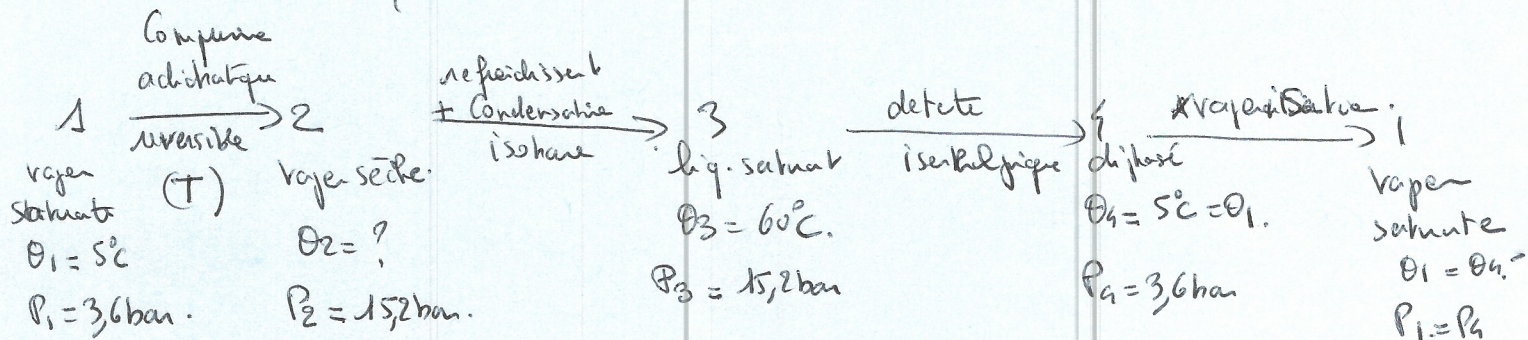
$\Rightarrow \boxed{c_p = 1,0 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}}$

Par m G.P h ne dépend que de la température $\Rightarrow$ isobare
 ds le diagramme $P-h$ = droites verticales.

bo 7 Pompe à chaleur.



$$e = \frac{-Q_c}{W}$$



$$\Delta h_{1 \rightarrow 2} = W_u$$

$$\Delta h_{3 \rightarrow 4} = 0$$

$$\Delta h_{2 \rightarrow 3} < 0$$

$$\Delta h_{4 \rightarrow 1} > 0$$

$$\Rightarrow \Delta h_{2 \rightarrow 3} = Q_c$$

$$\Delta h_{4 \rightarrow 1} = Q_F$$

$$e = - \frac{\Delta h_{2 \rightarrow 3}}{\Delta h_{4 \rightarrow 1}}$$

lecture du diagramme :

① $h(1) = 355 \text{ kJ kg}^{-1}$ (déterminés avec θ_1 et P_1) $\Delta(1) = 1,53 \text{ kJ K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$

② $\Delta s_{12} = 0$ donc $s_2 = s_1$ et $P_2 = 15,2 \text{ bar} \Rightarrow h_2 = 380 \text{ kJ kg}^{-1}$

③ liq saturé à $\theta_3 = 60^\circ\text{C}$
 $P_3 = P_2 = 15,2 \text{ bar} \Rightarrow h_3 = 260 \text{ kJ kg}^{-1} \quad \Delta s_3 = 1,2 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

④ Détente diffusée à θ_1 et $P_1 \Rightarrow h_4 = h_3$ et $\Delta s_4 = 1,22 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

d'où :

$$\Delta h_{2 \rightarrow 3} = -120 \text{ kJ kg}^{-1} = Q_c$$

$$\Delta h_{4 \rightarrow 1} = 25 \text{ kJ kg}^{-1} = W$$

$$e = 4,8$$

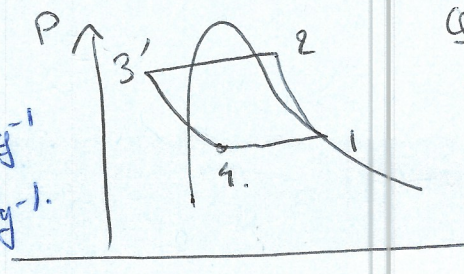
$$Q_F = \Delta h_{4 \rightarrow 1} = h_1 - h_4 = 94 \text{ kJ K}^{-1} \text{ kg}^{-1} = Q_F$$

Détermination de h_4

$$h_4 = \alpha h_u + (1-\alpha) h_e \rightarrow \text{avec } h_u = 205 \text{ kJ kg}^{-1}$$

$$h_e = 353 \text{ kJ kg}^{-1}$$

$$\alpha = \frac{h_4 - h_e}{h_u - h_e} = 0,38$$



$$Q_c' = h_3' - h_2$$

avec $h_3' = 238 \text{ kJ kg}^{-1}$

$$\Rightarrow Q_c' = -145 \text{ kJ kg}^{-1}$$

$$e' = 5,8$$