Correction IE Fonctions usuelles — Série Technologique / Pro.

Ex 1

1°) $f'(x) = \dfrac{x \times \frac{1}{x} - 1 \times \ln(x)}{x^2} = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$

$g'(x) = e^{-x} + (1+x)(-e^{-x}) = e^{-x}(1 - (1+x)) = -x e^{-x}$

2°) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ (croiss. comp.) $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 0$

Ex 2

1°) Ensemble de définition :

- $3x - 1 > 0 \iff x > \frac{1}{3}$
- $2 - x > 0 \iff x < 2$
- $8x - 6 > 0 \iff x > \frac{3}{4}$

$\mathcal{D} = \left] \frac{3}{4} ; 2 \right[$

Résolution

$\forall x \in \mathcal{D}$, (E) $\iff \ln((3x-1)(2-x)) = \ln(8x-6)$

$\iff -3x^2 + 7x - 2 = 8x - 6$

$\iff -3x^2 - x + 4 = 0$

or les racines de $-3x^2 - x + 4$ sont 1 et $-\frac{4}{3}$ donc

or $-\frac{4}{3} \notin \mathcal{D}$ et $1 \in \mathcal{D}$

donc $\mathcal{S} = \{1\}$

Exercice 3

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto \frac{x+2}{e^x}$$

1°) en $-\infty$, par opérations sur les limites, on a

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

en $+\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f$ est une F I $\frac{\infty}{\infty}$

or $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x\left(1+\frac{2}{x}\right)}{e^x \times 1}$

et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{e^x} = 0$ par le théorème de croissance comparée.

Donc par opération, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

2) a) $f'(x) = \dfrac{e^x \times 1 - e^x \times (x+2)}{(e^x)^2} = \dfrac{1-x-2}{e^x} = \dfrac{-1-x}{e^x}$

2) b) $f'(x) \geqslant 0 \iff -1-x \geqslant 0 \iff x \leq -1$

2) c)

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-1)$	$\searrow$	0

et $f(-1) = \dfrac{1}{e^{-1}} = e$

3. sur $[-1;+\infty[$
- f est continue car dérivable
- f est strictement décroissante
- $1 \in \underbrace{]0;e]}_{\text{intervalle image}}$

Donc d'après le théorème de la bijection, il existe une solution unique $\alpha \in [-1;+\infty[$ à l'équation $f(x) = 1$

par balayage à la calculatrice, on trouve : $1{,}14 < \alpha < 1{,}15$