

Prénom :

Nom :

Série Générale

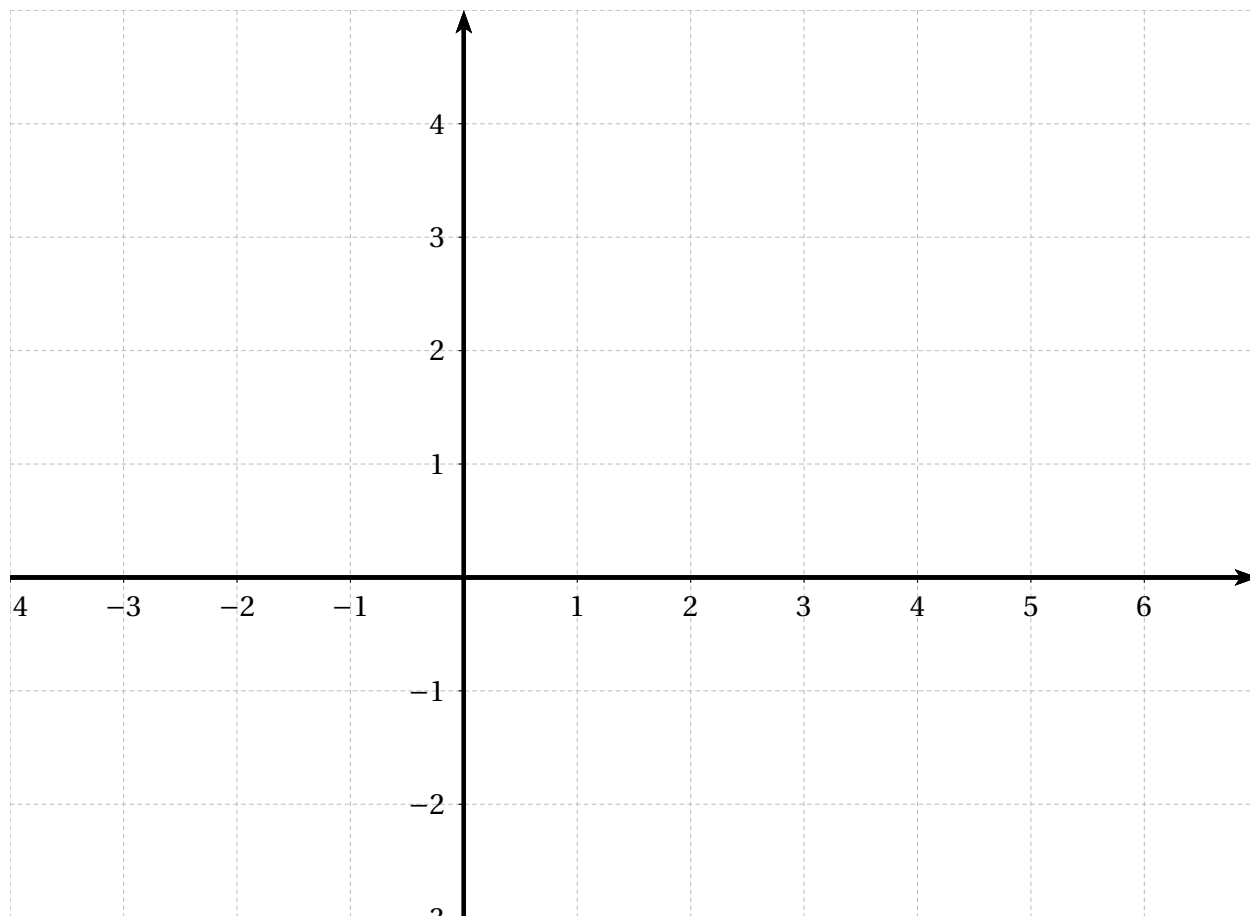
Calculatrices autorisées — Durée : 1H

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

On considère les points $A(-2; 4)$, $B(6; 4)$ et $C(1; -1)$.

Le point I est le milieu du segment $[AB]$.

1. Faire une figure à augmenter au fur et à mesure du problème.



2. Premiers calculs : (/3)

- (a) Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CB}$, ainsi que les coordonnées de I
- (b) Calculer les longueurs AC et CB et déterminer AB .
- (c) Justifier que le triangle ABC n'est pas rectangle.
- (d) Calculer l'angle $\widehat{ACB}$. On donnera la valeur en degré arrondie à $0,1^\circ$ près.

3. Orthocentre : (/4)

On rappelle que la hauteur issue d'un sommet est la droite passant par le sommet et perpendiculaire au côté opposé.

(a) Justifier que la droite h_1 de représentation paramétrique $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 4 - t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, est la hauteur issue de A dans le triangle ABC .

(b) Déterminer une équation cartésienne de la hauteur h_2 issue de B .

(c) Justifier que le point d'intersection des deux hauteurs h_1 et h_2 a pour coordonnées $H(1; 1)$.

(d) Vérifier que le vecteur $\overrightarrow{HC}$ est bien orthogonal à $\overrightarrow{AB}$. Que peut-on en déduire de la droite (HC) ?

Le point H est appelé l'orthocentre du triangle ABC .

4. Cercle circonscrit : (/2)

(a) Vérifier que le cercle $\mathcal{C}$ d'équation $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 4$ passe par les trois sommets du triangle ABC . On appelle $\mathcal{C}$ le cercle circonscrit au triangle.

(b) Déterminer son centre Ω et son rayon r .

5. Centre de gravité du triangle : (/1)

On rappelle que le centre de gravité G d'un triangle est situé aux deux tiers de chacune des médianes.

Montrer que le centre de gravité de ABC a pour coordonnées $G\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

6. Droite d'Euler : (/1)

Prouver que les points J , G et H sont alignés.

La droite passant par ces trois points s'appelle *la droite d'Euler* du triangle (ABC) .

7. Intersection cercle/hauteur : (/4)

(a) Vérifier que la hauteur issue de A a une équation cartésienne de la forme $x + y = 2$

(b) Résoudre le système $\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 - 4x - 6y = 4 \end{cases}$

(c) En déduire les coordonnées du point d'intersection D entre la hauteur issue de A et le cercle $\mathcal{C}$.

(d) Calculer l'angle $\widehat{ADB}$, donner un résultat en degré arrondi à $0,1^\circ$ près. Que remarque-t-on ?

(e) (HB) Montrer que D est le symétrique de H par rapport à la droite (BC) .