Prénom :

Nom :

Série générale

► **Exercice 1** /1,5Résoudre l'inéquation (E) : $\ln(3x - 1) + \ln(2 - x) - \ln 2 \geq \ln(4x - 3)$.► **Exercice 2** /2

Déterminer les limites suivantes. Écrire le résultat sans justifications.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 3}{e^x - x} = \dots$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \ln x} = \dots$

► **Exercice 3** /4,5**Partie A**Soit u la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par

$$u(x) = \ln(x) + x - 3.$$

1. Justifier que la fonction u est strictement croissante sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
2. Démontrer que l'équation $u(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]0 ; +\infty[$ et que α est comprise entre 2 et 3.
3. En déduire le signe de $u(x)$ en fonction de x sur $]0 ; +\infty[$.

Partie BSoit f la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(\ln(x) - 2) + 2.$$

1. Déterminer les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$.
2. (a) Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$, $f'(x) = \frac{u(x)}{x^2}$ où u est la fonction définie dans la **partie A**.
(b) En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

► **Exercice 4** /2Pour chaque réel a , on considère la fonction f_a définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f_a(x) = e^{x-a} - 2x + e^a.$$

1. Montrer que pour tout réel a , la fonction f_a possède un minimum.
2. Existe-t-il une valeur de a pour laquelle ce minimum est le plus petit possible ?