

nef

Conexion D56 02/04/25.

$$Q_1] \quad \vec{F} = - \mathcal{G} \frac{M M_T}{r^2} \vec{e}_r.$$

$$Q_2] \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \text{div}(\vec{F}) = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = \text{cte} = \vec{O} \wedge \vec{m} \vec{v}.$$

car $\vec{L} \perp \vec{O} \vec{r} \perp \vec{v}$ } $\vec{L} \perp \text{plan}(\vec{O} \vec{r}, \vec{v})$ à tout instant et $\vec{L}$ de direction cte $\Rightarrow$.

plan $(\vec{O} \vec{r}, \vec{v})$ unique.

$$dEC = dWF = - dEP \rightarrow E_m = \text{cte} \quad \text{et} \quad E_m = \frac{1}{2} m v^2 - \mathcal{G} \frac{m M_T}{r}.$$

$$\text{car } \vec{v} = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta \Rightarrow v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 \quad \text{et} \quad \vec{L} = m r^2 \ddot{\theta} \vec{e}_\theta = m C \vec{e}_\theta.$$

$$d'c = \ddot{\theta} = \frac{C}{r^2}$$

$$d'a \quad E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta}^2 - \mathcal{G} \frac{m M_T}{r} = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m \frac{C^2}{r^2} - \mathcal{G} \frac{m M_T}{r}$$

$$\text{donc} \quad \boxed{E_m = \frac{m}{2} \dot{r}^2 - \frac{A}{r} + \frac{B}{r^2} \quad \text{avec} \quad A = \mathcal{G} m M_T \quad \text{et} \quad B = \frac{1}{2} m C^2.}$$

$$Q_3] \quad E_{\text{eff}}(r) = -\frac{A}{r} + \frac{B}{r^2}.$$

$\hookrightarrow$ énergie potentielle effective -

$$\lim_{r \rightarrow 0} E_p = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{B}{r^2} = \infty \quad \lim_{r \rightarrow \infty} E_p = \lim_{r \rightarrow \infty} \left(-\frac{A}{r} \right) = 0^+$$

$$\frac{dE_p}{dr} = +\frac{A}{r^2} - \frac{2B}{r^3} = 0 \Rightarrow r = r_0 = \frac{2B}{A} \Rightarrow \exists \text{ une valeur unique de } r$$

sur la courbe $\Rightarrow$ c'est donc un cercle

$$r_0 = \frac{C^2}{\mathcal{G} M_T}.$$

(1)

l'énoncé donne l'altitude du satellite $z_0 = 20000 \text{ km}$. d'où

$R_0 = R_T + z_0$ où R_T est le rayon terrestre. $R_T = 6400 \text{ km}$.

$$\boxed{R_0 = 2,64 \cdot 10^4 \text{ km}}$$

$$Q4] \quad \frac{T^2}{R_0^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{R_0^3}{GM_T}} \quad \text{AN} \quad \boxed{T = 4,26 \cdot 10^4 \text{ s} = 11 \text{ h } 50 \text{ min } 19 \text{ s.}}$$

le satellite fait un peu plus de 2 tours en 1 jour sidéral.

$$Q5] \quad \boxed{E_{n1} = -\frac{GM_T m}{2R_1} = -2,02 \cdot 10^{10} \text{ J.}}$$

$$Q6] \quad \lambda = 0 \text{ par que } E_{m1} \text{ soit maximale} \quad \text{AN} \quad E_{m1} = -500 \cdot 10^{10} \text{ J.}$$

$$Q7] \quad E_{m\text{ellipse}} = -\frac{GM_T m}{2a} \quad \text{et} \quad a = \frac{R_T + h_1 + z_0}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{E_{m\text{ellipse}}}{E_{m1}} = -9,34 \cdot 10^9 \text{ J.}}$$

$$Q8] \quad E_{m\text{ellipse}} = E_{m2} \Rightarrow \Delta E_n = E_{m2} - E_{m1} = \frac{1}{2} m (\overbrace{v_1 + \Delta v_1}^v)^2 - \frac{1}{2} m v_1^2.$$

On sur la trajectoire circulaire $v_c = \sqrt{\frac{GM_T}{R_1}} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} m v_c^2$
 et $E_p = -\frac{GM_T m}{R_1} = -2 m v_c^2$

donc $E_{m1} = -\frac{1}{2} m v_c^2 \Rightarrow \boxed{v_c = \sqrt{-\frac{2E_{m1}}{m}}}$ AN $\boxed{v_c = 7,11 \text{ km s}^{-1}}$

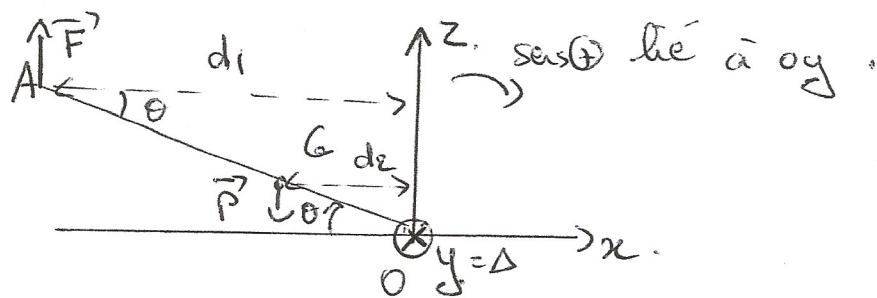
$$\text{et} \quad \boxed{\Delta v_1 = \sqrt{\frac{2}{m} (m v_c^2 + E_{m2})} - v_c = 1,7 \text{ km s}^{-1} = \Delta v_1}$$

$$Q9] \quad \text{Période } T \text{ sur l'orbite elliptique} \quad \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \quad \text{et} \quad a = \frac{R_T + h_1 + z_0}{2}.$$

$$\text{Le temps de transfert est } \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{(R_T + h_1 + z_0)^3}{8GM_T}} = \boxed{1,17 \text{ h} = 3,11 \text{ h} = \frac{T}{2}}.$$

Q10] Stabilité géostationnaire immobilité au dessus d'un pôle de l'équateur

Partie 2 Solide en rotation.



Sur le mur, s'exerce $\vec{F}$, $\vec{P}$ et $\vec{R}$: réaction de l'axe.

DC $J\ddot{\theta} = \underbrace{cl_{\Delta}(\vec{F}) + cl_{\Delta}(\vec{P}) + cl_{\Delta}(\vec{R})}_{\text{frottements négligés}}$

$cl_{\Delta}(\vec{F}) = + F \cdot d_1$ $\leftarrow$ bras de levier.

$\uparrow \vec{F}$ fait tourner le mur ds le sens $\oplus$

$cl_{\Delta}(\vec{P}) = - mg \cdot d_2$ $\uparrow$ bras de levier.

$\vec{P}$ fait tourner ds le sens $\ominus$

$d_1 = OA \cos \theta = l \cos \theta$

$d_2 = OG \cos \theta = a \cos \theta$

d'où $J_{\Delta} \ddot{\theta} = (F \cdot l - mga) \cos \theta$

2°) Si la rotation se fait à vitesse constante $\Rightarrow \ddot{\theta} = 0$.

$\Rightarrow \boxed{F = \frac{mga}{l}}$

AN

$F = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot 1,2}{3} = 1,9 \cdot 10^{-1} \text{ N} = F$

3°) $\delta W(\vec{F}) = cl_{\Delta}(\vec{F}) \cdot d\theta = F \cdot l \cos \theta d\theta$

$W_{1 \rightarrow 2}(\vec{F}) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} F \cdot l \cos \theta d\theta = F \cdot l \cdot \left| \sin \theta \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = F \cdot l \cdot \boxed{1} = W$

10) TEC

$$E_{cg} - E_{cf} = W_{S \rightarrow F} [\vec{F}_{ext}]$$

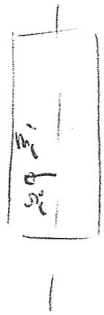
$$0 - \frac{1}{2} J_1 \omega_0^2 = \int_{\pm}^F d\Delta (\vec{F}_{ext}) \cdot d\theta = \int_{\pm}^F \underbrace{C_g}_{<0} \cdot d\theta = + C_g \cdot \underbrace{2\pi}_{\uparrow \text{1 tour}}$$

$$\Rightarrow C_g = - \frac{J_1 \omega_0^2}{4\pi} = - \frac{2,4 \cdot (2\pi)^2}{4\pi} = - 24 \cdot \pi$$

$$\boxed{C_g = - 7,5 \text{ N.m}}$$

20)

$$J_{\Delta} = \sum m_i r_i^2$$



donc en repliant les bras, $r_i \downarrow$ et $J_{\Delta} \downarrow$.

TNC $\frac{dL_{\Delta}}{dt} = \sum d\Delta (\vec{F}_{ext})$ car $\sum d\Delta (\vec{F}_{int}) = 0$.

donc le repliement des bras s'effectue sans l'action de forces

intérieures $\Rightarrow \frac{dL_{\Delta}}{dt} = 0 \Rightarrow L_{\Delta} = \text{cte}$

d'où $J_1 \omega_0 = J_2 \omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{J_1}{J_2} \omega_0 = \frac{2,4}{0,8} \cdot 2\pi = \boxed{6\pi \text{ rad.s}^{-1} = \omega_1}$

Req On suppose que les frottements n'ont pas le temps d'agir puisque le repliement est quasi instantané.
(Sine $J_2 \omega_1 - J_1 \omega_0 = C_g \cdot \Delta t_{\rightarrow 0}$)

TEC $0 - \frac{1}{2} J_2 \omega_1^2 = C_g \cdot \theta_g \Rightarrow \theta_g = - \frac{1}{2} \frac{J_2 \omega_1^2}{C_g} = + \frac{1}{2} \frac{J_2 \omega_1^2}{J_1 \omega_0^2} \cdot 4\pi$

$\theta_g = 2\pi \cdot \frac{\omega_1}{\omega_0} = 2\pi \cdot 3 \Rightarrow \boxed{3 \text{ tours sont faits avant de s'arrêter}}$