

Correction 11) introduction à la thermodynamique

Ex 1

$$n^* = \frac{N}{V}$$

nb de molécules
↑
ds le volume V

$$N = n \cdot N_A = \frac{m}{M} \cdot N_A$$

↑
nombre de moles
↑
masse molaire

$$d'autre \quad n^* = \frac{m}{M} \cdot \frac{N_A}{V} = \frac{m}{V} \cdot \frac{N_A}{M} = \boxed{\rho \cdot \frac{N_A}{M} = n^*}$$

$$AN \quad n^* = \frac{10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{18 \cdot 10^{-3}} = \boxed{3,3 \cdot 10^{28} \text{ molécules/m}^3 = n^*}$$

2] $PV = nRT =$

$$= \frac{N}{N_A} \cdot RT \Rightarrow n^* = \frac{N}{V} = \boxed{\frac{P \cdot N_A}{RT} = n^*}$$

$$AN \quad P = 10^5 \text{ Pa}, \quad T = 400 \text{ K} \rightarrow n^* = \frac{10^5 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{8,31 \cdot 400} = \boxed{1,8 \cdot 10^{25} \text{ molécules/m}^3 = n^*}$$

Ex 2 Masse d'air dans une pièce.

$$PV = nRT = \frac{m}{M} RT \rightarrow m = \frac{PV \cdot M}{RT}$$

$$AN \quad P = 1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad V = 8 \cdot 8 = 64 \text{ m}^3, \quad M = 29 \text{ g mol}^{-1} = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}, \quad T = 293 \text{ K}$$
$$\rightarrow m = \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot 64 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 293} = \boxed{75 \text{ kg} = m}$$

$$T' = 301 \text{ K} \quad P' = 0,970 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad \rightarrow \quad m' = m \cdot \frac{P'}{P} \cdot \frac{T}{T'} = 75 \cdot \frac{0,970}{1,013} \cdot \frac{293}{301} = 70 \text{ g}$$

$$\boxed{m' = 70 \text{ kg}}$$

203 Vitesse de libération :

1] Vitesse de libération ve signifie $E = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{G m M_T}{r} = 0$.

$$\Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 G M_T}{r}}$$

À la surface de la Terre, $\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2 G M_T}{R_T}}}$

AN $v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6400 \cdot 10^3}} = \boxed{11,2 \text{ km s}^{-1} = v_e(R_T)}$

2] $\boxed{u^* = \sqrt{\frac{3 R T}{M}}}$

AN $T = 298 \text{ K}$

$$M_{\text{Ne}} = 28 \text{ g mol}^{-1}$$

$$M_{\text{H}_2} = 2 \text{ g mol}^{-1}$$

$$u^*(\text{Ne}) = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 298}{28 \cdot 10^{-3}}} = 5,1 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1} < v_e(R_T)$$

$$u^*(\text{H}_2) = \sqrt{\frac{M_{\text{Ne}}}{M_{\text{H}_2}}} \cdot u^*(\text{Ne}) = 1,9 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1} = 1,9 \text{ km s}^{-1} < v_e(R_T)$$

Pour que le diazote échappe à l'attraction terrestre, il faudrait $u^* \geq v_e(R_T)$.

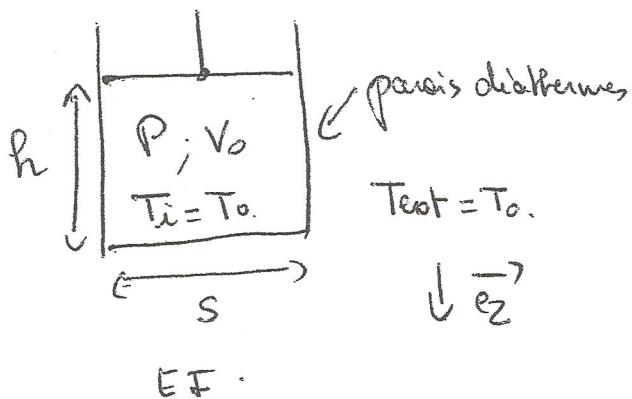
À la limite $\sqrt{\frac{3 R T}{M}} = \sqrt{\frac{2 G M_T}{R_T}} \Rightarrow T_{\text{lim}} = \frac{2 G M_T}{R_T} \cdot \frac{M}{3 R}$

$$\Rightarrow \boxed{T_{\text{lim}} = 1,4 \cdot 10^5 \text{ K}}$$

Ex 4 Compression isotherme et compression poly-tronique.

1) Système = (Gaz + piston.)

Etat initial.



* Les parois sont diathermes.
Le gaz est en équilibre
thermique avec l'air
extérieur.
 $T_i = T_0$.

* Le piston est immobile $\Rightarrow \sum \vec{F}_{\text{piston}} = \vec{0}$.

$$(P_0 \cdot S - P_i \cdot S) \vec{e}_z = \vec{0} \Rightarrow P_i = P_0.$$

2) ...

$$V_0 = S \cdot h_i \rightarrow h_i = \frac{V_0}{S} = \frac{4,5 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-4}} = \boxed{0,9 \text{ m} = h_i}$$

$(1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2)$
 $(1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3)$

Rq On pourrait calculer $T_0 = \frac{P_0 V_0}{n R} = \frac{10^5 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 8,31} = 270 \text{ K}.$

Etat final.

Le gaz reste en l'éq. thermique $T_g = T_0$.

Le piston est immobile $P_0 \cdot S + mg - P_g \cdot S = 0 \Rightarrow \boxed{P_g = P_0 + \frac{mg}{S}}$

$$P_i V_0 = P_g V_g \Rightarrow P_i \cdot S \cdot h_i = P_g \cdot S \cdot h_g.$$

$$\boxed{h_g = \frac{P_i}{P_g} \cdot h_i = \frac{P_0}{P_0 + \frac{mg}{S}} \cdot h_i = \frac{10^5 \cdot h_i}{10^5 + \frac{50 \cdot 10}{50 \cdot 10^{-4}}} = \frac{h_i}{2} = \boxed{0,45 \text{ m} = h_g.}}$$

2- des parois sont maintenant adiabatiques, donc

thermiquement isolées $\Rightarrow T_g \neq T_{ext} = T_0$.

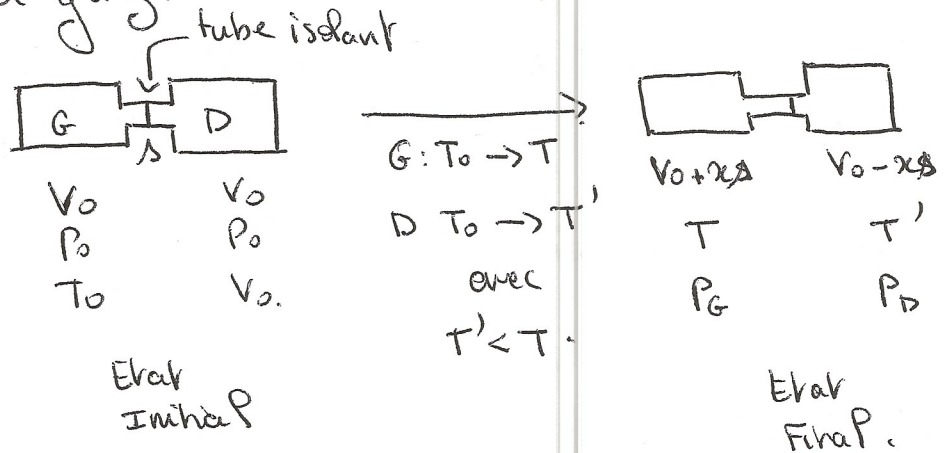
le piston étant pris à l'équilibre dans l'état initial et dans l'état final $P_i = P_0$ et $P_g = P_0 + \frac{mg}{S}$

restent vraies. Comme $T_i = T_0 \Rightarrow h_i = 0,9m$.

et $P_i V_i^{\gamma} = P_g V_g^{\gamma} \Rightarrow h_g = \left(\frac{P_i}{P_g} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot h_i$

AN $h_g = 0,51m$.

Ex 5 Thermomètre à gaz.



Etat Initial.

$P_0 V_0 = n R T_0$ à D et à G

Etat Final.

G: $P_g (V_0 + \Delta x) = n R T$
D: $P_D (V_0 - \Delta x) = n R T'$

$n R = \frac{P_g (V_0 + \Delta x)}{T} = \frac{P_D (V_0 - \Delta x)}{T'}$

équilibre mécanique

$P_0 \Delta x = P_g \Delta x \Rightarrow P_0 = P_D$

↑ index en équilibre

$$d'o\grave{u} \quad T' = T \frac{(V_0 - \Delta x)}{(V_0 + \Delta x)} = T \frac{\left(1 - \frac{\Delta x}{V_0}\right)}{\left(1 + \frac{\Delta x}{V_0}\right)} = T \left(1 - \frac{\Delta x}{V_0}\right) \left(1 + \frac{\Delta x}{V_0}\right)^{-1}$$

or $\frac{\Delta x}{V_0} \ll 1$; On peut faire un DL à l'ordre 1.

$$T' \approx T \left[1 - \frac{\Delta x}{V_0}\right] \left[1 - \frac{\Delta x}{V_0}\right] \approx T \left[1 - \frac{2\Delta x}{V_0}\right] \Rightarrow$$

$$\boxed{T' \approx T \left(1 - \frac{2\Delta x}{V_0}\right)} \quad \text{en ne conservant que les termes du 1^{er} ordre -}$$

ex 6 Gonflage d'un pneu à l'aide d'air comprimé :

1^o] Système = air ds le pneu de volume V_p .

$$\text{EF} \quad P_i V_p = n R T_i$$

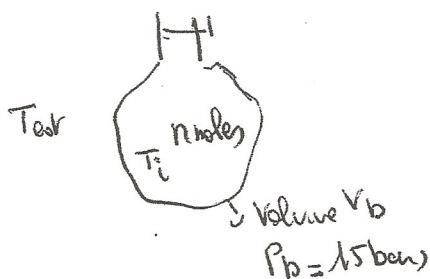
$$\text{EF.} \quad P_f V_p = n R T_f$$

$$\Rightarrow \frac{T_f}{T_i} = \frac{P_f}{P_i}$$

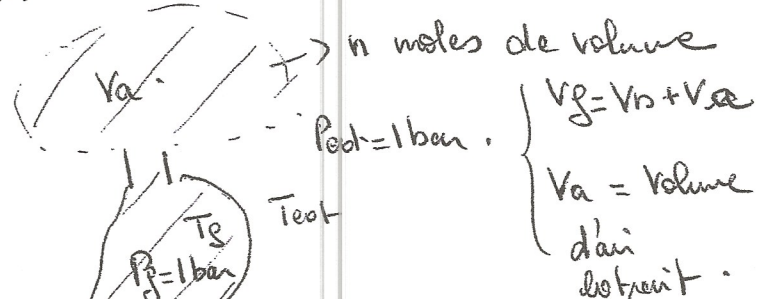
$$\boxed{T_f = T_i \left(\frac{P_f}{P_i}\right)}$$

$$\text{AN} \quad T_f = 293 \left(\frac{2,3}{2,1}\right) = 321 \text{ K} \rightarrow \theta_f = 48^\circ \text{C.}$$

2^o] Système : air initialement ds la bouteille = n moles



on ouvre
le
→
détendeur.



EF.

$$T_g = T_{\text{ext}} \cdot$$

$$P_0 ; V_g$$

n moles

$$\text{EF} \quad T_i = T_{\text{ext}} \\ P_b ; V_b$$

$$\begin{cases} P_b V_b = n R T_0 \\ P_0 V_g = n R T_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_g = \frac{P_b \cdot V_b}{P_0}}$$

$$\text{AN} \quad V_g = \frac{15}{1} \cdot 60 \text{ l} = 900 \text{ l}.$$

$$\text{d'où } V_a = 900 - 60 = \boxed{840 \text{ l} = V_a}$$

$$3] \quad \underline{P_{\text{neu}}} \quad \begin{array}{l} \text{EF} \\ \text{EF} \end{array} \quad \begin{array}{l} P_i V_p = n_i R T \\ P_g V_p = n_g R T \end{array} \Rightarrow \frac{n_g}{n_i} = \frac{P_g}{P_i}$$

$$\Rightarrow n_g = \frac{26}{1} \cdot n_i \Rightarrow \boxed{n_g = 26 n_i}$$

Donc $\Delta n = n_g - n_i = 1,6 n_i$ ont été extraites de la bouteille

Bouteille: $P_b V_b = n R T$ après avoir gonflé un peu.
 $P_1 V_b = (n - \Delta n) R T$

$$\text{d'où } P_1 = \frac{(n - \Delta n) R T}{V_b} = \frac{P_b V_b R T}{R T V_b} - \frac{1,6 n_i \cdot R T}{V_b} = P_b - \frac{1,6 \cdot P_i V_p \cdot R T}{R T V_b}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_1 = P_b - 1,6 P_i \frac{V_p}{V_b}}$$

$$\text{AN} \quad \boxed{P_1 = 15 - 1,6 \cdot \frac{50}{60} = 13,7 \text{ bar.}}$$

Ex 7 Etude d'une pompe.

1- Système fermé Σ : n_1 moles contene ds l'enceinte.

état initiaP.
 Σ : $n_1; V; P_0; T_0$ Aller du piston (S2 ouvert; S1 fermé)
piston $n_1; V + V_0; P_1; T_0$



$$\text{d'où } n_1 = \frac{P_0 V}{R T_0} = \frac{P_1 (V + V_0)}{R T_0} \Rightarrow \boxed{P_1 = P_0 \cdot \frac{V}{V + V_0} < P_0}$$

La soupape S_2 se ferme. Le niveau du piston ne modifie pas la pression à l'intérieur de l'enceinte puisque S_2 est fermée pour cette opération.

Pq le nbr de moles ds le volume V a changé et vaut maintenant n_2 .

après reborn : Système les n_2 moles

EF : P_1, V, T_0 EF $P_2, V+V_0, T_0$

On a : $n_2 = \frac{P_1 V}{T_0} = \frac{P_2 (V+V_0)}{T_0} \Rightarrow P_2 = \frac{V}{V+V_0} P_1 = \left(\frac{V}{V+V_0} \right)^2 P_0$

Après le $N^{\text{ième}}$ après reborn $P_N = P_0 \left(\frac{V}{V+V_0} \right)^N$

AN $P_N = 0,001 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$\ln \frac{P_N}{P_0} = N \ln \frac{V}{V+V_0} \Rightarrow$

$$N = \frac{\ln \frac{P_N}{P_0}}{\ln \frac{V}{V+V_0}}$$

$N = 1385$

$\Rightarrow$ le moteur fait 1385 tours par un tour $t = \frac{1385}{300} = 4,62 \text{ minutes}$

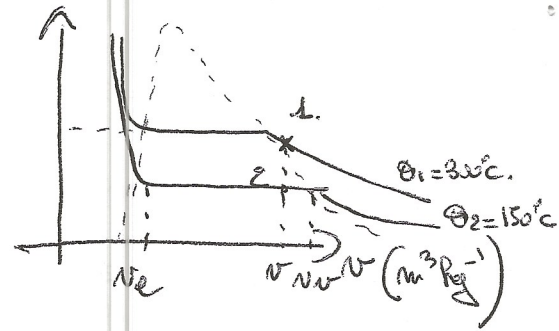
Ex 8

Transformation isochore d'une vapeur: $P(\text{bar})$

Etat initial: Vapeur sèche
 $\theta_1 = 300^\circ\text{C}$
 $P_1 = 10 \text{ bar}$

refroidissement
 isochore $\rightarrow$

Etat final:
 $\theta_2 = 150^\circ\text{C}$
 $P_2 = ?$



En considérant la vapeur sèche comme un G.P.

$$P_1 V_1 = n_1 R T_1 = \frac{m_1}{M} R T_1 \Rightarrow n_1 = \frac{V_1}{\frac{R T_1}{M P_1}} \text{ avec } n_1: \text{volume molaire de l'état 1.}$$

Détermination de l'état final: vapeur sèche ou mélange liquide-vapeur?

1^{ère} hypothèse: Si l'état final est de la vapeur sèche, P_2 doit être $< P_s(\theta_2)$
 4,76 bar

Calcul de P_2 : puisque la transformation est isochore

$$n_2 = n_1 \quad \text{et} \quad n_2 = \frac{R T_2}{P_2} \Rightarrow \frac{T_2}{P_2} = \frac{T_1}{P_1} \Rightarrow P_2 = \frac{P_1}{T_1} \times T_2 = 10 \cdot \frac{423}{573} = 7,38 \text{ bar}$$

donc l'état final est un mélange (liq-vap) et $P_2 = P_{vs}(\theta_2) = 4,76 \text{ bar}$

Calcul de la composition

$$x = \frac{n_{\text{v}} - n_{\text{e}}}{n_{\text{v}} - n_{\text{e}}} \quad \text{et} \quad n = \frac{R T_1}{M \cdot P_1}$$

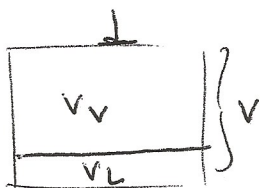
$$n = \frac{8,31 \cdot 573}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6} = 0,264 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$

$$x = \frac{0,264 - 0,001}{0,330 - 0,001} = 0,671 = x$$

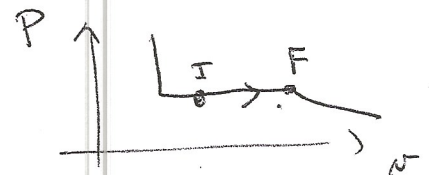
Vapeur sèche d'eau $\Rightarrow D = 18 \text{ g}$.

Ex 9 Transformation isotherme d'une vapeur:

$$V = V_v + V_L$$



$$\begin{cases} V_v = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3 \\ V_L = 50 \text{ cm}^3 = m_L \cdot v_L \rightarrow m_L = \frac{V_L}{v_L} = \frac{50 \cdot 10^{-6}}{1,69} = 0,562 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \\ V_v = V - V_L = 950 \text{ cm}^3 = m_v \cdot v_v \rightarrow m_v = \frac{V_v}{v_v} = \frac{950 \cdot 10^{-6}}{1,04 \cdot 10^{-3}} = 48,56 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \end{cases}$$



Etat final: Vapeur de même
 $m = 48,56 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ occupant le volume $V = m \cdot v_v = 48,56 \cdot 10^{-3} \cdot 1,69 = 82 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
 $|V_F = 82 \text{ dm}^3|$

10] Quantité d'eau évaporée.

d'eau s'évapore tant que le taux d'humidité H reste $< 100\%$

avec $H = \frac{P_{H_2O}}{P_{vs}(T)}$

où $\left\{ \begin{array}{l} P_{H_2O} \text{ est la pression partielle de} \\ \text{vapeur d'eau.} \\ P_{vs}(T) \text{ est la pression de vapeur} \\ \text{saturante \u00e0 la temperature } T, \\ (23 \text{ mb \u00e0 } 20^\circ\text{C}). \end{array} \right.$

Etat initial. $(P_{H_2O})_1 = 60\% P_{vs} = \frac{n_1 \cdot R \cdot T}{V}$
 $H_1 = 60\%$

Etat final $(P_{H_2O})_2 = P_{vs} = \frac{n_2 \cdot R \cdot T}{V} \Rightarrow n_2 = \frac{P_{vs} \cdot V}{R \cdot T} = \frac{23 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \cdot 30}{8,31 \cdot 293}$
 $H_2 = 100\%$

$n_2 = 28,3 \text{ mol}$ d'évaporation, donc puisqu'il y a n_2 moles de vapeur d'eau ds la pièce.

On initialement, il y a n_1 moles de vapeur d'eau et.

$$60\% P_{vs} = n_1 \frac{R \cdot T}{V}$$

$$60\% n_2 \frac{R \cdot T}{V} = n_1 \frac{R \cdot T}{V} \Rightarrow n_1 = 0,6 \cdot n_2$$

donc $n_2 - n_1$ moles d'eau peuvent s'évaporer et $n_2 - n_1 = 0,4 \cdot n_2 = 11,3 \text{ mole d'eau.}$

Ce qui correspond \u00e0 une masse de $11,3 \cdot 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ et donc

\u00e0 une volume $v = 11,3 \cdot 10^{-3} \cdot 18 = 0,2 \text{ l.}$

Il reste 0,8 l au sol

1) $\alpha = \frac{m_v}{m_{as}}$ et $\left\{ \begin{array}{l} P_v \cdot V = m_v \cdot R \cdot T = \frac{m_v}{M_e} \cdot R \cdot T \\ P_{as} \cdot V = m_{as} \cdot R \cdot T = \frac{m_{as}}{M_{as}} \cdot R \cdot T \end{array} \right.$

- P_v et P_{as} :
 press. partielles
 avec $P = P_v + P_{as}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} m_v = \frac{P_v \cdot V}{R \cdot T} \cdot M_e \\ m_{as} = \frac{(P - P_v) \cdot V}{R \cdot T} \cdot M_{as} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{P_v}{P - P_v} \cdot \frac{M_e}{M_{as}}$$

$$\boxed{\alpha_{max} = d \cdot \frac{P_{vs}}{P - P_{vs}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = d \cdot \frac{P_v}{P - P_v}}$$

2) Chambre $V = 40 \text{ m}^3$ $\theta_1 = 18^\circ\text{C}$ $H_1 = 0,5 = \frac{P_v}{P_{sat}(\theta_1)}$ (Sec) $t_1 = 22 \text{ h}$

Nuit $\theta_2 = 16^\circ\text{C}$ $t_2 = 8 \text{ h}$.

$$t_2 - t_1 = 10 \text{ h}.$$

$q = 50 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$: débit massique d'eau issu d'un d'écoulement.

L'eau se condense lorsque le taux H atteint 100% .

Soit $P_v \cdot V = \frac{m_e}{M} R T_1 \Rightarrow m_1 = H_1 \cdot P_{sat}(\theta_1) \cdot \frac{V M_e}{R T_1}$

et $m_2 = m_1 + q \cdot (t_2 - t_1)$.

d'où $H_2 = \frac{m_2}{M_e \cdot V \cdot P_{sat}(\theta_2)} = H_1 \cdot \frac{P_{sat}(\theta_1)}{P_{sat}(\theta_2)} \cdot \frac{T_2}{T_1} + \frac{q(t_2 - t_1) R T_2}{P_{sat}(\theta_2) \cdot M_e \cdot V}$

AN $P_{sat}(\theta_1) = P_{sat}(18^\circ\text{C}) = 20 \text{ mb} = 2000 \text{ Pa}$, $T_1 = 293 \text{ K}$
 $P_{sat}(\theta_2) = P_{sat}(16^\circ\text{C}) = 20 \text{ mb} = 2000 \text{ Pa}$, $T_2 = 289 \text{ K}$.

$M_e = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$.

$$H_2 = 0,5 \cdot \frac{2300}{2000} \cdot \frac{289}{293} + \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 293 \cdot 289}{2000 \cdot 18 \cdot 10^{-3} \cdot 40} = 1,57$$

→ De l'eau se condense.

3) Après aération, l'air de la pièce est à $\theta_a = 10^\circ\text{C}$ saturé en vapeur d'eau.

$\Rightarrow P_v = P_{sat}(\theta_a) \approx 1200 \text{ mb}$.

Lors de l'échauffement, la pression partielle n'est pas modifiée et à $20^\circ\text{C} = \theta_i$

$H = \frac{P_{sat}(\theta_a)}{P_{sat}(\theta_i)} = \frac{1200}{2300} \approx 0,5 \rightarrow$ l'humidité relative diminue.