Expérience de Cavendish. Correction TD Solide en rotation.

1°] Balance de torsion de moment d'inertie $J_{Oz} = 2m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{mL^2}{2}$

2°] Détermination de la constante de torsion en mesurant T. $\boxed{T = 7\,min.}$

$$J_{Oz}\ddot{\theta} = -C\theta \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J_{Oz}}\theta = 0 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{C}{J}}$$

$$\text{et } T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{C}}\cdot\sqrt{J_{Oz}} \Rightarrow C = \frac{4\pi^2 J_{Oz}}{T^2} = \frac{4\pi^2}{T^2}\cdot m\cdot\frac{L^2}{2} = \boxed{\frac{2\pi^2 mL^2}{T^2} = C}$$

3°) En approchant les 2 masses M, il y a eq pour $\alpha = \alpha_{eq}$. $\alpha_{eq} = 0{,}053°$ ↳ A Convertir en radians.

$1' = 3.10^{-4}\,rad$

$1° = \frac{3}{60}.10^{-4}\,rad.$

$$\underbrace{-C\alpha_{eq}}_{\text{Couple de rappel}} + \underbrace{2F_{grav}.L}_{\text{Moment des forces de gravitation.}} = 0 \Rightarrow \boxed{F_{grav} = \frac{C.\alpha_{eq}}{2L}}$$

4°] En comparant $F = \mathcal{G}\frac{M.m}{r^2}$ à la force de gravitation

que la terre exerce sur m $F' = \mathcal{G}\frac{M_T.m}{R_T^2} = mg.$

mesuré

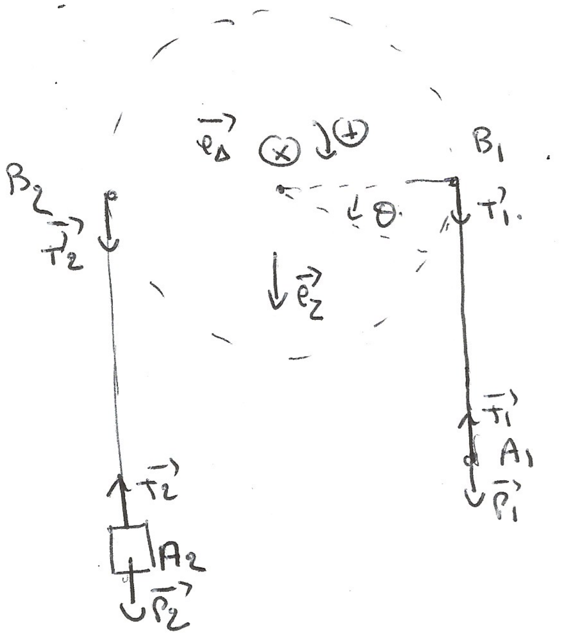
$$\frac{F}{mg} = \frac{M}{M_T}\left(\frac{R_T}{r}\right)^2 \Rightarrow \text{On en déduit } M_T \text{ la masse de la terre.}$$

mesuré

5°] de F on peut aussi en déduire $\boxed{G = 6{,}7.10^{-11}\,N.m^2\,kg^{-2}.}$

<u>Poulie</u> : $\vec{T_1'} = -\vec{T_1} = T_1\vec{e_z}$
$\vec{T_2'} = -\vec{T_2} = T_2\vec{e_z}$

PFD en A_1 $\left\{\begin{array}{l} \vec{T_1}+\vec{P_1} = (M+m)\vec{a_1} \\ \text{en } A_2 \quad \vec{T_2}+\vec{P_2} = M\vec{a_2} \end{array}\right.$



TMC pour la poulie + fil enroulé sur la poulie entre B_1 et B_2.

$$J_\Delta\ddot{\theta} = T_1R - T_2R.$$

et $\vec{v_1} = v_1\vec{e_z}$, $\vec{v_2} = +v_2\vec{e_z}$ avec $\left\{\begin{array}{l} v_1>0 \\ v_2 = -v_1 \\ a_2 = -a_1. \end{array}\right.$ => $\vec{a_1} = a_1\vec{e_z}$ et $a_1>0$, $\vec{a_2} = a_2\vec{e_z}$ et $a_2<0$

$v_1 = R\dot{\theta}$

$a_1 = R\ddot{\theta} = -a_2$.

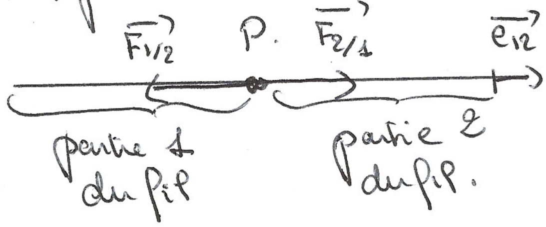
projection du PFD. $(M+m)a_1 = -T_1 + (M+m)g$ => $T_1 = (M+m)[g-a_1]$

$-Ma_1 = -T_2 + Mg$. => $T_2 = M[g+a_1]$.

TMC donne $J\dfrac{a_1}{R^2} = (M+m)g - (M+m)a_1 - Mg - Ma_1$.

=> $\left[\dfrac{J}{R^2} + (2M+m)\right]a_1 = mg$ => $\boxed{a_1 = \dfrac{mg}{\frac{J}{R^2}+(2M+m)}}$

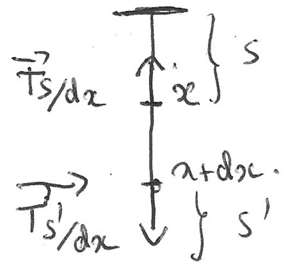
Complément sur la tension d'un fil :



• La tension d'un fil T est relative à un point. ex T(P).

• $\vec{F_{1/2}} = -T\vec{e_{12}}$, $\vec{F_{2/1}} = T\vec{e_{12}}$ $\Big\}$ T>0 (le fil est tendu) Tension du fil en P.

<u>ex</u> Fil suspendu à un support.

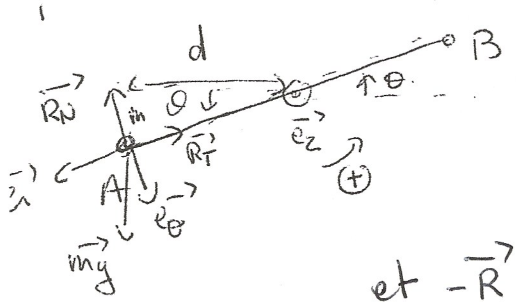


L'élément de fil entre x et x+dx est en équilibre $\vec{T}_{S/dx} + \vec{T}_{S'/dx} + \underbrace{\rho\vec{g}dx}_{\text{Poids de l'élément } dx} = 0$. masse linéique ?

$\boxed{\text{Si on néglige la masse du fil } \vec{T}_{S/dx} = -\vec{T}_{S'/dx}}$

Partie 2 Glissement d'une gomme.

1.



et $-\vec{R}$.

Sur la gomme, s'exercent $\begin{cases} \vec{P_G} = m\vec{g} \\ \vec{R} = \vec{R_N} + \vec{R_T} \end{cases}$

$= -R_N\vec{e_\theta} - R_T\vec{e_r}$.

- Sur la règle, s'exercent en O $\begin{cases} \vec{P_R} = M\vec{g} \\ \vec{R_\Delta} \text{ la réaction de l'axe} \\ -\vec{R_N},\ -\vec{R_T} \end{cases}$

2. En considérant le système (Σ: gomme + règle), le théorème du moment cinétique par rapport à Δ s'écrit.

$$\frac{dL_\Delta}{dt} = \Sigma \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_{ext}}) \quad \text{donc}$$

$$= \mathcal{M}_\Delta(\vec{P_G}) + \underbrace{\mathcal{M}_\Delta(\vec{P_R})}_{=0} \qquad \text{et } \mathcal{M}_\Delta(P_G) = +mg \cdot d. \text{ à } d.$$

est le bras de levier avec $d = \ell\cos\theta$.

$m\vec{g}$ a tendance à faire tourner le système ds le sens + donc $\mathcal{M}_\Delta(m\vec{g}) > 0$.

On obtient $\boxed{\left(\frac{1}{3}M + m\right)\ell^2\ddot{\theta} = mg\ell\cos\theta}$.

3- le système Σ est un système indéformable tant que la gomme ne glisse pas.

le T.E.C s'écrit $dEc_\Sigma = \Sigma\delta W_{\vec{F_{ext}}}$. où $\vec{F_{ext}} = m\vec{g} + M\vec{g} + \vec{R_\Delta}$

$= \delta W(m\vec{g})$

$= -dEp$.

Donc $\frac{J_\Delta}{2}\dot{\theta}^2 - mg\ell\sin\theta = cste = 0$ (à $t=0$ $\theta = 0$ $\dot{\theta} = 0$).

d'où $\boxed{\dot{\theta}^2 = \frac{2mg\ell\sin\theta}{\left(\frac{1}{3}M + m\right)\ell^2} = \frac{2mg\sin\theta}{\ell\left(\frac{1}{3}M + m\right)}}$.

4- PFD appliqué à la gomme.

$\vec{OA} = \rho \vec{e_r}$ $\qquad$ $\vec{R} = -R_N \vec{e_\theta} - R_T \vec{e_r}$

$\vec{v} = \rho \dot{\theta} \vec{e_\theta}$ $\qquad$ $\vec{P} = mg\cos\theta \, \vec{e_\theta} + mg\sin\theta \, \vec{e_r}$.

$\vec{a} = \rho \ddot{\theta} \vec{e_\theta} - \rho \dot{\theta}^2 \vec{e_r}$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} -m\rho\dot{\theta}^2 = -R_T + mg\sin\theta \\ m\rho\ddot{\theta} = -R_N + mg\cos\theta \end{cases}$$

d'où $R_T = mg\sin\theta + m\rho\dot{\theta}^2 = mg\sin\theta + m\cancel{\rho}\left(\dfrac{2mg\sin\theta}{\cancel{\rho}\left(\frac{1}{3}M + m\right)}\right) = mg\sin\theta\left[1 + \dfrac{6m}{M+3m}\right]$

$$\boxed{R_T = mg\sin\theta\left(\frac{M+9m}{M+3m}\right)}$$

et $R_N = mg\cos\theta - m\rho\ddot{\theta} = mg\cos\theta - m\rho\left[\dfrac{mg\rho\cos\theta}{\rho^2\left(\frac{1}{3}M + m\right)}\right]$

$$R_N = mg\cos\theta\left[1 - \frac{3m}{M+3m}\right] = \boxed{mg\cos\theta \, \frac{M}{M+3m} = R_N}$$

5] La gomme reste solidaire de la règle tant que.

$$R_T \leq \mu R_N \quad \Rightarrow \quad mg\sin\theta\left(\frac{M+9m}{M+3m}\right) \leq \mu mg\cos\theta \, \frac{M}{M+3m}.$$

$$\boxed{\operatorname{tg}\theta \leq \frac{\mu M}{M+9m}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\theta_{lim} = \arctan\left(\frac{\mu M}{M+9m}\right)}$$