

Partie 1: Thermodynamique (Cours)

I-Pression cinétique d'un gaz parfait

1. Rappeler les hypothèses du gaz parfait.

2-On considère maintenant un gaz parfait en contact avec une paroi. On veut déterminer l'expression de la pression en un point de la paroi. Pour cela on fait les hypothèses suivantes :

- le gaz est au repos, en équilibre thermodynamique interne.

On considère un élément de surface de la paroi $dS = dS \vec{u}_z$. On note $\vec{P}_l$ (respectivement $\vec{P}_r$) la quantité de mouvement des molécules qui atteignent (respectivement repartent de) dS entre t et $t+dt$.

Déterminer la force pressante élémentaire $d\vec{F}$ à l'aide de $\vec{P}_l$ et $\vec{P}_r$.

3- Pour simplifier le calcul de $\vec{P}_l$ et $\vec{P}_r$ on adopte le modèle élémentaire suivant :

- toutes les particules ont la même vitesse égale à la vitesse quadratique moyenne u^* ,
- elles sont astreintes à se déplacer uniquement sur chacune des trois directions x , y , ou z dans un sens ou dans l'autre de façon équiprobable.

Exprimer $\vec{P}_l$ et $\vec{P}_r$ en fonction de la masse m d'une molécule, u^* la vitesse quadratique moyenne, n^* la densité moléculaire, et dt .

4- En déduire l'expression de la pression cinétique.

5- A l'aide de l'équation d'état des gaz parfaits, exprimer u^* en fonction de la température et de la masse molaire du gaz.

6- Calculer u^* pour une température $T = 300$ K, pour du dihydrogène et du diazote.

Données :

- Masses molaires : $M_{H_2} = 2 \text{ g.mol}^{-1}$, $M_{N_2} = 28 \text{ g.mol}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

II-Diagramme (P,v) de l'eau

Une masse $m = 100$ kg d'eau chaude est stockée dans une cuve fermée de volume $V_0 = 200$ L, que l'on modélise comme étant indéformable. Pour simplifier, on ne tient pas compte de l'air contenu dans la cuve en plus de l'eau.

Suite à un échauffement accidentel, l'eau normalement maintenue à $\theta_0 = 60$ °C passe à $\theta_1 = 500$ °C.

La vapeur d'eau est modélisée par un gaz parfait. On tient compte de la légère compressibilité et dilatabilité de l'eau liquide par une équation d'état de la forme:

$$\ln \frac{V}{V_0} = a(T - T_0) - b(P - P_0) \quad \text{avec} \quad a = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1} \quad \text{et} \quad b = 5,0 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$$

Le diagramme de Clapeyron (P, v) de l'eau est représenté sur l'annexe (à remettre avec la copie) en échelle logarithmique.

1- Calculer le volume massique du mélange v et placer le point représentatif M_0 sur le diagramme.

2- Etablir l'expression de la fraction massique de vapeur x_v en fonction des volumes massiques du mélange v et des volumes massiques de la vapeur saturante v_v et du liquide saturant v_L (ces trois volumes étant à reporter sur le diagramme).

3- Calculer x_v dans l'état initial et en déduire les masses respectives de vapeur et de liquide.

4- Sous quelle forme trouve-t-on l'eau après l'échauffement accidentel? Représenter la transformation sur le diagramme et déterminer la pression P correspondante. Quel est le risque?

5- Une soupape de sécurité permet à la vapeur d'eau de s'échapper lors du chauffage accidentel: dans l'état final, la cuve ne contient plus qu'une masse $m_2 = 400$ g d'eau. Représenter le nouveau point représentatif M_2 dans l'état final et déterminer la pression.

Partie 2 Utilisation d'un ALI (extrait Centrale 2020)

Les matériaux piézoélectriques ont la capacité de voir apparaître une différence de potentiel entre leurs faces lorsqu'on exerce sur elles une contrainte (effet direct) mais également de pouvoir se déformer sous l'action d'une différence de potentiel imposée (effet inverse), ce qui en fait des matériaux très intéressants sur le plan des applications. On propose ici d'étudier différentes utilisations de ces matériaux. Les quatre parties de ce problème sont indépendantes.

I Utilisation en capteur de forces

Les montages ci-après utilisent des amplificateurs linéaires intégrés (ALI) supposés idéaux et fonctionnant en régime linéaire.

I.A – Mesure de l'intensité d'une force s'exerçant sur une lame piézoélectrique

On suppose qu'une force $\vec{F}$ régulièrement répartie est exercée sur la face de la lame, celle-ci entraînant l'apparition d'une tension V_e à ses bornes et de deux charges opposées $+q$ et $-q$ sur les faces de la lame. La charge q est liée à V_e ainsi qu'à la force $\vec{F}$ exercée de sorte que $q = CV_e = KF$ où C , K et F représentent respectivement une capacité, une constante de proportionnalité et l'intensité de la force $\vec{F}$.

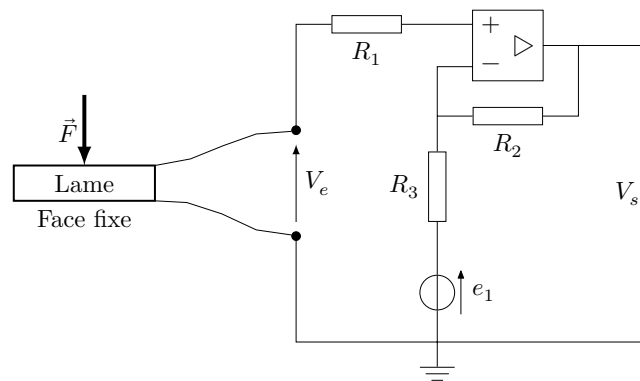


Figure 1

Q 1. Après avoir rappelé le modèle de l'amplificateur linéaire intégré idéal, exprimer la tension V_e en fonction de e_1 , V_s et des différentes résistances (figure 1).

Application numérique

Q 2. On donne : $R_1 = 10\text{ k}\Omega$, $R_2 = 6,5\text{ k}\Omega$, $R_3 = 1,0\text{ k}\Omega$ et $e_1 = 100\text{ mV}$. On mesure $V_s = 6,50\text{ V}$, en déduire V_e .

Q 3. Sachant que $C = 8,0 \times 10^{-13}\text{ F}$ et que $K = 1,0 \times 10^{-12}\text{ C}\cdot\text{N}^{-1}$, déterminer l'intensité de la force $\vec{F}$ s'exerçant sur la lame.

I.B – Mesure de la fréquence d'une force excitatrice sinusoïdale s'exerçant sur une lame

On considère que la lame est soumise à une action mécanique variant sinusoïdalement dans le temps à la fréquence f , fréquence que l'on se propose de déterminer à l'aide du montage de la figure 2.

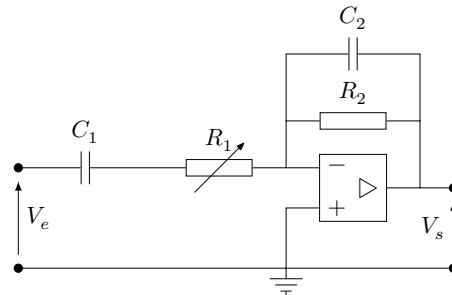


Figure 2

Q 4. Déterminer l'expression de la fonction de transfert du filtre de la figure 2 et la mettre sous la forme :

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Q 5. Tracer le module de la fonction de transfert en fonction de la pulsation et y faire figurer la bande passante, ainsi que H_0 , Q et ω_0

Q 6. Déterminer les expressions de H_0 , Q et ω_0 en fonction de R_1 , R_2 , C_1 et C_2 . En déduire l'expression de la bande passante $\Delta\omega$ en fonction de R_1 , R_2 , C_1 et C_2 .

Quel est le déphasage de la tension de sortie sur la tension d'entrée à la pulsation de résonance.

On ajuste à présent la résistance R_1 de manière à ce que les signaux d'entrée et de sortie soient en opposition de phase.

Q 7. Comment peut-on vérifier expérimentalement que les deux signaux sont en opposition de phase ? Indiquer quel matériel peut être utilisé pour cette opération et comment le relier au montage.

Q 8. Déterminer la fréquence de la contrainte s'exerçant sur la lame. Calculer sa valeur numérique sachant que $R_2 = 1,0 \times 10^2\text{ k}\Omega$, $C_1 = 50\text{ nF}$, $C_2 = 5,0\text{ nF}$ et qu'il a fallu régler R_1 à $10\text{ k}\Omega$ de manière à ce que les deux signaux soient en opposition de phase.

Partie 3: Filtrage-Mesure de vitesse par effet Doppler (extrait CCINP 2023)

Les cinémomètres laser sont utilisés pour mesurer la vitesse des cyclistes depuis la route. Ils sont un outil d'analyse des performances instantanées des cyclistes. Leur principe de fonctionnement repose sur le double effet Doppler.

Aspects théoriques de l'effet Doppler

Un émetteur E fixe, situé en O, envoie un train d'impulsions (**figure 3**) à la fréquence f_E , qui se propage suivant $\vec{e}_x$ à la célérité $c_0 > 0$. Le récepteur R, situé à l'abscisse x_0 à la date $t = 0$, est animé d'un mouvement uniforme à la vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$. Sa position est déterminée par son abscisse notée $x_R(t)$ (**figure 4**). Il reçoit le train d'impulsions émis de E (**figure 5**).



Figure 3 - Train d'impulsions à l'émission en E (fréquence f_E et période $T_E = 1/f_E$)

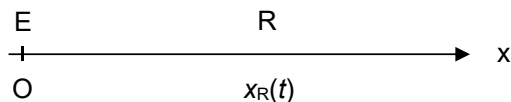


Figure 4 - Emetteur E et récepteur R

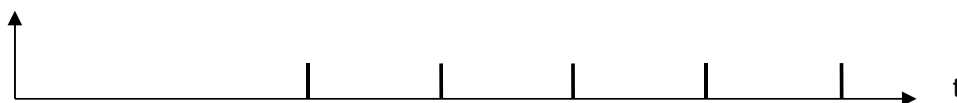


Figure 5 - Train d'impulsions à la réception en R (fréquence f_R et période $T_R = 1/f_R$)

Q14. En considérant que la première impulsion a été émise en E à la date $t = 0$, exprimer en fonction de x_0 , c_0 et de v , la date t_1 à laquelle cette première impulsion est reçue en R. Sachant que la deuxième impulsion a été émise en E, à la date $t = T_E$, exprimer la date t_2 à laquelle est reçue en R la deuxième impulsion en fonction de T_E , x_0 , c_0 et de v ?

Q15. En déduire la fréquence f_R du train d'impulsions reçue en R en fonction de f_E , v et de c_0 .

Dans un cinémomètre à effet Doppler, l'émetteur et le récepteur sont tous deux situés au niveau de l'appareil. E et R sont confondus. L'émetteur envoie une onde de fréquence f_E qui se réfléchit sur le cycliste et retourne alors en E. On admettra dans ce cas que $f_R = f_E (1 - 2 \frac{v}{c_0})$ où v est la vitesse du cycliste et c_0 la célérité de l'onde.

Validation expérimentale

On se propose ici de valider le fonctionnement du cinémomètre à double effet Doppler dans le cadre du laboratoire de sciences physiques en utilisant des voitures.

Les voitures acquièrent une vitesse en descendant d'une piste inclinée de dénivelé h , où elles sont lâchées avec une vitesse initiale nulle, puis roulent sur un support horizontal (**figure 6**).

Un émetteur envoie une onde sonore de fréquence f_E . Le récepteur reçoit l'onde réfléchi par la voiture, de fréquence $f_R = f_E (1 - 2 \frac{v}{c_0})$, mais aussi une onde réfléchi par les obstacles fixes.

L'émetteur et le récepteur sont des transducteurs piézoélectriques de fréquence de résonance égale à 40 kHz.

Sur notre oscilloscope, deux fréquences ne peuvent être distinguées ("résolues") que si leur écart relatif dépasse 20 %.

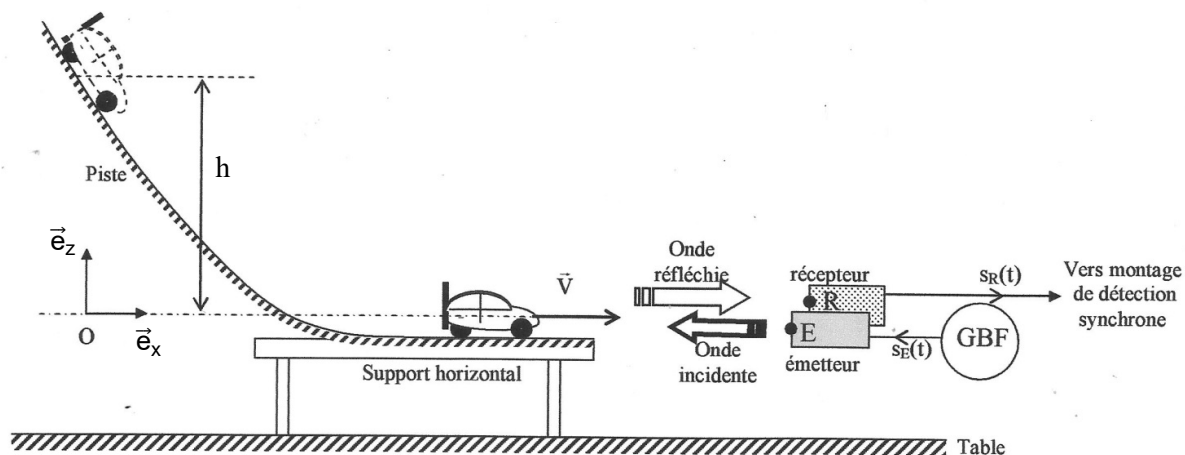


Figure 6 - Maquette du laboratoire

Q16. En négligeant tout frottement, déterminer l'expression de la vitesse de la voiturette une fois arrivée sur la portion horizontale de la piste, en fonction de g et de h . Évaluer cette vitesse avec un chiffre significatif en prenant $h \approx 50 \text{ cm}$.

Le récepteur reçoit plusieurs signaux réfléchis : celui qui nous intéresse obtenu par réflexion sur la voiturette et ceux réfléchis par les obstacles fixes environnants. Pour distinguer tous ces signaux, il faut utiliser une méthode indirecte : la détection synchrone.

Q17. On rappelle la célérité des ondes sonores dans l'air à température ambiante: $c_0 = 340 \text{ ms}^{-1}$. Quelle est la fréquence des ondes réfléchies sur les obstacles fixes? Justifier l'utilisation du montage à détection synchrone.

Les tensions électriques $s_E(t)$ et $s_R(t)$ issus du GBF et du récepteur sont envoyées sur un multiplieur de constante $k = 0,1 \text{ V}^{-1}$. On a : $s_m(t) = k s_E(t) s_R(t)$. La tension $s_m(t)$ est alors filtrée avant d'être envoyée sur l'oscilloscope.

On se propose d'abord d'étudier quelques aspects liés au filtre.

Le montage électronique du filtre est décrit par la **figure 8**. L'A.Li. est considéré comme parfait et fonctionne en régime linéaire.

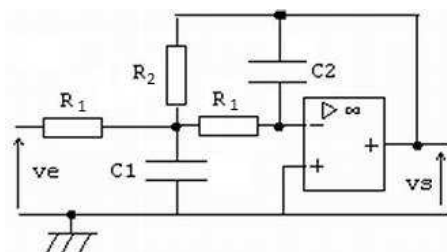


Figure 8

Q18. Déterminer par une étude asymptotique, la nature du filtre et préciser parmi les deux fonctions de transfert suivantes laquelle correspond à ce montage.

$$\underline{H}_1(j\omega) = \frac{G_0}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad \text{et} \quad \underline{H}_2(j\omega) = \frac{-G_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Q19. Déterminer le gain G_0 de ce filtre en fonction de R_1 et R_2 .

Q20.

a-

Les valeurs choisies pour les composants sont telles que $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Etablir alors l'expression de la pulsation de coupure.

b-

Tracer le spectre de $s_m(t)$. Par la suite, on souhaite conserver la composante de plus basse fréquence.

c-

Préciser le sens concret de la pulsation ω_0 . Exprimer, sous la forme de deux inégalités fortes faisant intervenir les grandeurs v , c_0 et f_E , les deux contraintes que doivent vérifier la pulsation ω_0 . Proposer en fonction de v , c_0 et de f_E , une expression de ω_0 qui satisfasse le compromis précédent.

Montrer que l'expression suivante convient: $\omega_0 = 10.4\pi \cdot f_E \cdot \frac{v}{c_0}$

Un signal sinusoïdal délivré par un GBF est envoyé en entrée du filtre et est enregistré sur la voie 1 de l'oscilloscope (**figure 9**).

On enregistre sur la voie 2 de l'oscilloscope le signal issu du filtre.

La base de temps est de 1 ms par division comme indiqué en bas de l'écran. Les sensibilités verticales sont de 100 mV par division pour la voie 1 et de 5 V par division pour la voie 2.

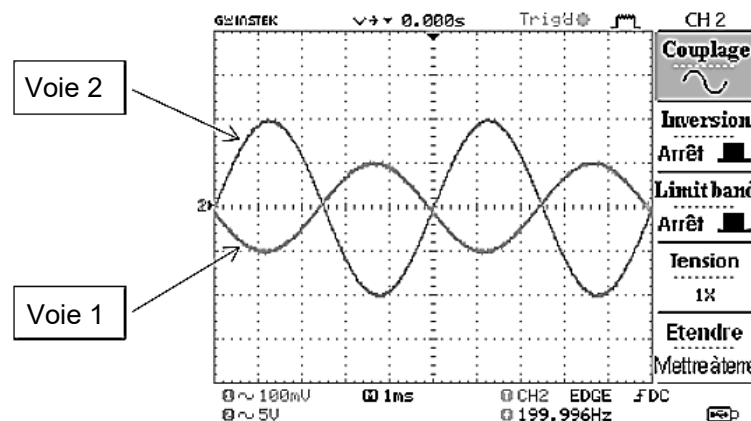


Figure 9 - Oscillogramme 1

Q21.

a-

Calculer la fréquence des signaux f à l'aide de la base de temps et estimer la valeur de la fréquence f_0 . (f_E est la fréquence de résonance des transducteurs)

b-

Qu'est ce qui permet de qualifier cet essai d'essai en basse fréquence ? Déterminer, à l'aide de l'oscillogramme 1, la valeur numérique de la résistance R_2 .

Donnée : $R_1 = 1k\Omega$

Q22. Deux autres essais ont été réalisés en envoyant les tensions sinusoïdales suivantes en entrée du filtre :

- $e_1(t) = E_{01}\cos(\omega_0 t)$;
- $e_2(t) = E_{02}\cos(100\omega_0 t)$.

Déterminer les expressions analytiques des tensions $s_1(t)$ et $s_2(t)$ recueillies en sortie du filtre.

On considère maintenant le montage complet lié à la détection synchrone.

Lorsque la tension $s_m(t)$ issue du multiplieur est envoyée en entrée du filtre, on obtient l'oscillogramme 3 de la figure 11 pour le signal à la sortie du filtre..

Pour l'oscillogramme 3, la base de temps est de 1 ms par division et la sensibilité verticale est de 5 V par division, comme indiqué en bas de l'écran.

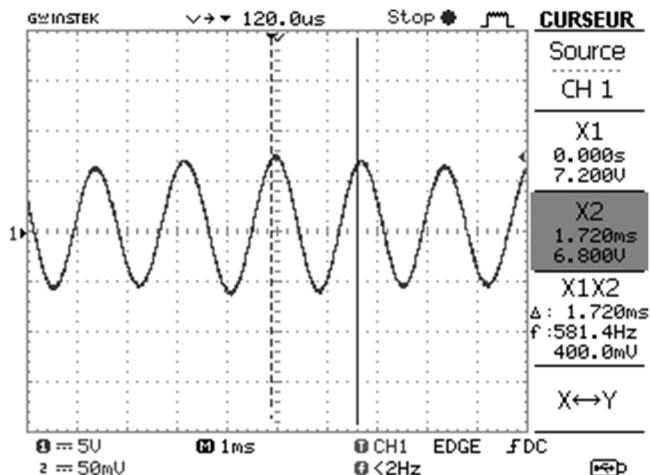


Figure 11 - Oscillogramme 3

Q23. A l'aide de l'oscillogramme 3, évaluer la vitesse v de la voiturette, lorsqu'elle roule sur le support horizontal.

Partie 4: Solide en rotation

