

## TD supplémentaire

### Etude d'un robot endoscopique (banque PT 2005)

La chirurgie endoscopique consiste à réaliser des opérations à l'aide d'outils chirurgicaux de très petite taille placés à l'extrémité de tiges tubulaires tenues par le chirurgien. La partie inférieure des tiges est insérée dans la zone à traiter, à travers trois petits orifices réalisés dans le corps du patient (entre les côtes par exemple pour une chirurgie cardiaque).



La chirurgie endoscopique robotisée utilise des robots à actionneurs électriques pour positionner et commander les instruments. Le chirurgien est alors plus confortablement installé devant un poste de commande et de contrôle pour piloter à distance les robots et donc les outils chirurgicaux.

Le poste de contrôle commande nommé « console » contient les dispositifs d'acquisition des mouvements du chirurgien, un écran vidéo pour le retour d'image provenant de l'endoscope et un écran de contrôle du système informatique.



Pince

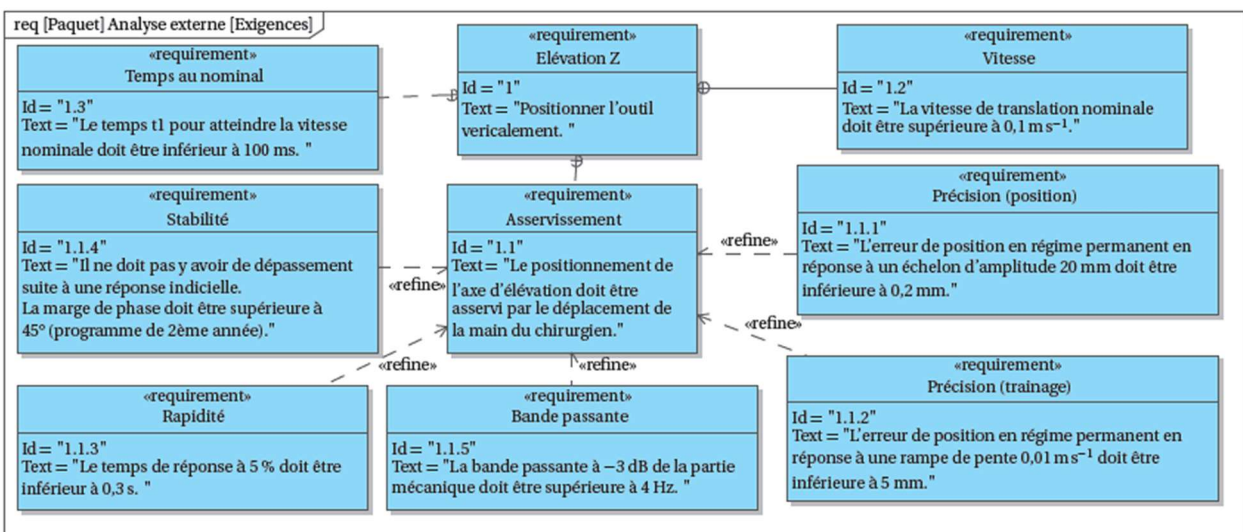
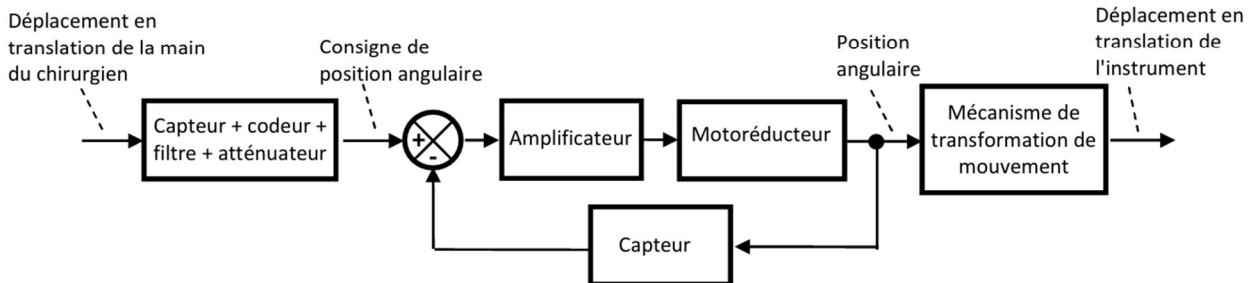


« Console »



Robots esclaves

Le « robot esclave » étudié est constitué de 3 axes permettant de déplacer l'instrument chirurgical positionné sur la plaque support en translation selon les trois directions de l'espace. On ne considère que l'axe d'élévation du dispositif de commande de l'instrument chirurgical dont on donne le schéma bloc fonctionnel ainsi qu'un extrait de cahier des charges.

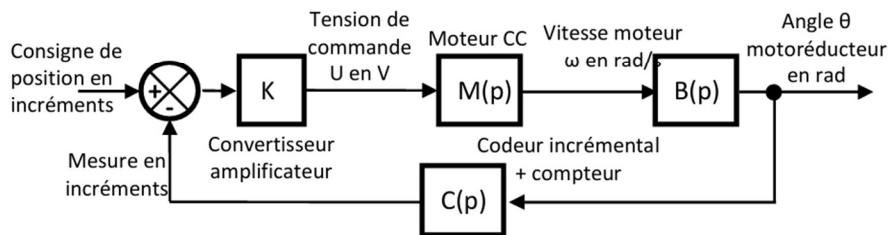


La console permet de capter le déplacement de la main, de le coder, de le corriger éventuellement afin d’élaborer la consigne de position angulaire du moteur. La position angulaire est ensuite transformée en position linéaire de l’instrument par un mécanisme de transformation de mouvement à vis /écrou. On cherche dans un premier temps à déterminer la fonction de transfert de l’asservissement de position angulaire.

Une identification temporelle a permis de proposer un modèle du premier ordre pour l’ensemble motoréducteur seul de fonction de transfert  $M(p) = \frac{0.44}{1 + 0,015.p}$ . Une identification fréquentielle du moto-réducteur est ensuite réalisée pour valider le modèle mis en place. On obtient le diagramme de Bode **document réponse 1**.

**Q.1.** Justifier au regard de la courbe que le modèle est pertinent dans une certaine bande de pulsations à préciser. Vérifier que les coefficients obtenus pour la fonction de transfert du moto-réducteur par l’identification temporelle sont cohérents avec ceux obtenus par identification fréquentielle.

Le convertisseur-amplificateur de gain K élabore la commande du moteur. Le codeur incrémental qui est physiquement **placé en sortie de l’arbre moteur** mesure un angle et a une résolution de 360 incréments par tour. Il est associé à un compteur - décompteur qui élabore la mesure de position en incréments. Le système est discret (non continu) mais on l’assimile à un système continu vu la rapidité du comptage. Le réducteur a un rapport de réduction  $r = 1/50$ . Le schéma-bloc de la figure suivante correspond à une représentation de l’asservissement du moteur **après déplacement du point de jonction**.

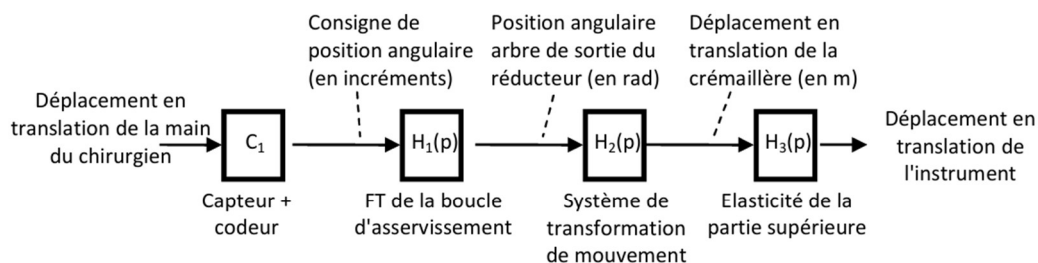


**Q.2.** Donner la fonction de transfert du bloc B(p) et la valeur du coefficient du bloc C en incr./rad.

**Q.3.** Montrer que la fonction de transfert en boucle ouverte s’écrit  $FTBO(p) = \frac{25.K}{p.(1 + 0,015.p)}$ .

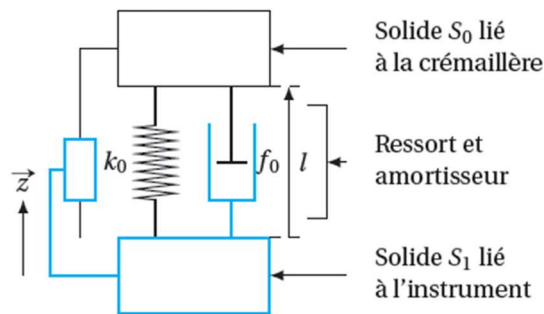
**Q.4.** Tracer sur le **document réponse 2** les diagrammes de Bode asymptotiques du système en boucle ouverte pour  $K = 1$ . Tracer ensuite l’allure du diagramme de Bode réel de la phase.

Le système complet est schématisé sur la figure suivante. Lorsque la boucle d’asservissement est bien réglée, la fonction de transfert est  $H_1(p) = \frac{0,00035}{1 + 0,014.p + 0,017.p^2}$ . Le gain  $H_2$  est égal à  $19,2.10^{-3} \text{ m/rad}$ .



Pour augmenter la précision de l’opération chirurgicale, on désire que l’écrou se déplace 10 fois moins que la main. Ainsi  $C_1 = \frac{1}{19,2.10^{-2} \times 0,00035}$ .

La partie supérieure du robot est obtenue par assemblage de tubes minces en fibres de carbone. On modélise cette partie par deux solides en translation l'un par rapport à l'autre :  $S_0$  représentant la crémaillère et les solides qui y sont liés et  $S_1$  représentant l'instrument chirurgical. Ces solides sont reliés par un ressort de raideur  $k_0$  et un amortisseur de coefficient  $f_0$ , montés en parallèle comme le montre le schéma ci-contre.



Pour identifier la fonction de transfert  $H_3(p) = \frac{D_{\text{instrum}}(p)}{D_{\text{crem}}(p)}$ , on impose à l'écrou un échelon de déplacement  $d_{\text{crem}}(t) = 20 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  à partir de la position d'équilibre. La courbe de déplacement  $d_{\text{instrum}}(t)$  de l'instrument en fonction du temps est donnée sur la figure du document réponse 3 ainsi que les abaques des dépassements relatifs et des temps de réponse réduits d'un système du second ordre.

**Q.5.** Établir, à partir de cette courbe, l'expression de la fonction de transfert  $H_3(p)$  ; déterminer les valeurs caractéristiques : gain statique, coefficient d'amortissement et pulsation propre, justifier vos tracés sur le document réponse 3.

**Q.6.** Déterminer la pulsation de coupure à -3 dB pour cette fonction et vérifier si le critère du cahier des charges est respecté.

Les questions suivantes vont permettre de déterminer l'expression analytique de  $H_3(p)$ , de façon à analyser l'influence du paramètre de raideur, pour respecter le critère de bande passante du cahier des charges. Soit  $m_1$  la masse du solide  $S_1$ . L'axe du mouvement est vertical ascendant et noté  $\bar{z}$ . L'origine O du mouvement de  $S_1$  correspond à la position pour laquelle le ressort est à sa longueur libre. Soit  $a_0$  l'allongement du ressort dans la position d'équilibre qui prend en compte l'action de la pesanteur notée  $g$ . Sur ce modèle  $a_0$  est négatif car on considère qu'il y a allongement du ressort.

**Q.7.** Le solide  $S_1$  étant dans la position d'équilibre, réaliser un schéma d'étude puis écrire l'équation d'équilibre correspondante faisant intervenir  $a_0$ .

Le solide  $S_1$  est déplacé de sa position d'équilibre puis abandonné à son propre poids. On note  $z(t)$  le déplacement du solide  $S_1$  au cours du temps autour de cette position d'équilibre. On note  $-f_0 \frac{dz(t)}{dt}$  l'action de l'amortissement sur la masse  $S_1$ .

**Q.8.** Réaliser un schéma d'étude puis déterminer l'équation différentielle en  $z(t)$  du mouvement autour de la position d'équilibre et la mettre sous la forme  $A \cdot \frac{d^2z(t)}{dt^2} + B \cdot \frac{dz(t)}{dt} + C \cdot z(t) = 0$ . En déduire le coefficient d'amortissement  $\xi_3$ , la pulsation propre non amortie  $\omega_{03}$  en fonction de  $k_0$ ,  $f_0$  et  $m_1$ .

On donne la valeur numérique de la masse de l'instrument chirurgical et de la plaque d'interface :  $m_1 = 1,6 \text{ kg}$ .

**Q.9.** A l'aide de l'expression de  $\omega_{03}$  obtenue précédemment, déterminer la valeur minimale de la raideur  $k_0$  (en  $\text{Nm}^{-1}$ ) qui permettrait de respecter le critère de la bande passante à -3 dB de 4 Hz. On fera l'hypothèse que  $\omega_{-3\text{db}} \approx \omega_{03}$

La fonction de transfert du système complet est  $\frac{1}{(1 + 0,014 \cdot p + 0,017 \cdot p^2) \cdot (1 + 0,015 \cdot p + 0,0014 \cdot p^2)}$

On donne sur la figure **du document réponse 4** la courbe d'amplitude (gain) de  $H(p)$  pour  $p = j.\omega$  dans le plan de Bode. La main du chirurgien est prise d'un tremblement sensiblement sinusoïdal dont la période est de 0,25 s et l'amplitude 1 mm.

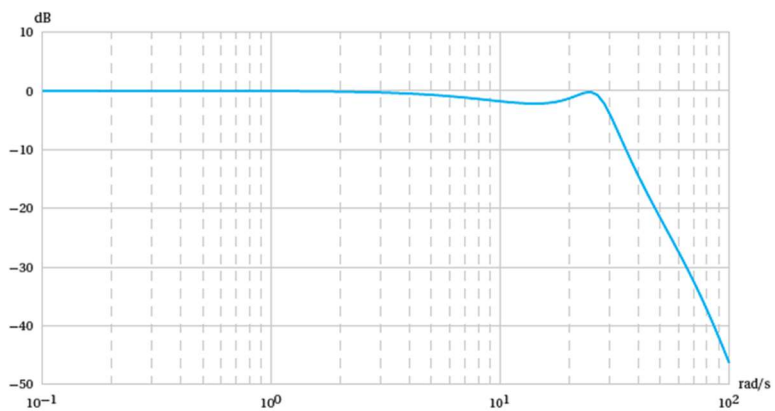
**Q.10.** Déterminer à partir de cette courbe, l'amplitude du mouvement pris par l'instrument. Quelle est la conséquence de ce mouvement sur la plaie chirurgicale ?

On souhaite limiter l'amplitude du mouvement de l'outil lors du tremblement de la main en filtrant le signal traité par le capteur-codeur  $C_1$  de sorte que les tremblements n'apparaissent plus sur le soustracteur. On propose trois filtres du premier ordre, de gains statiques égaux à 1 et de constantes de temps :  $T_1 = 0,04$  s ;  $T_2 = 0,1$  s ;  $T_3 = 0,5$  s.

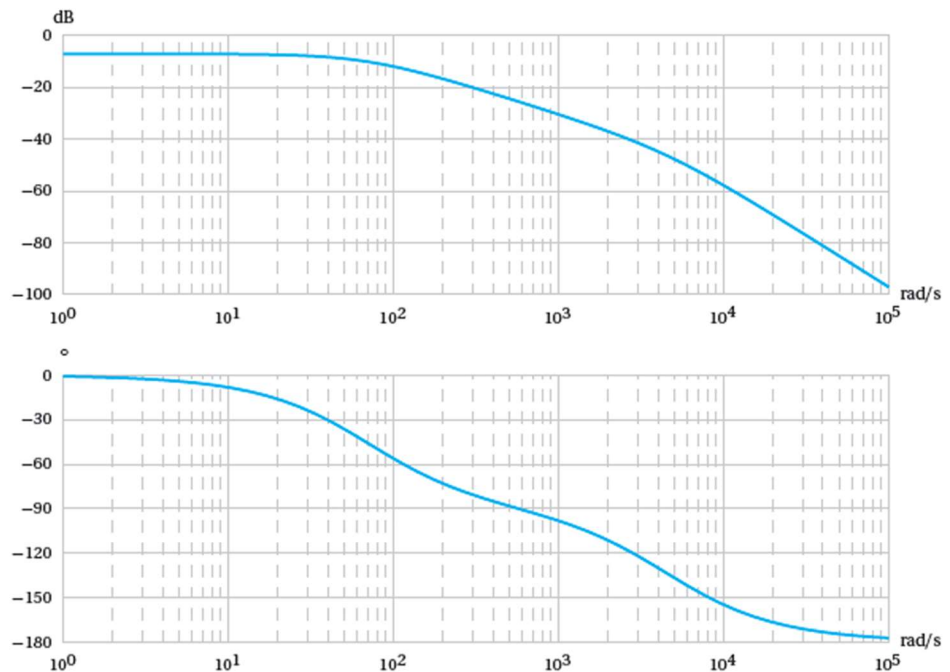
**Q.11.** Tracer sur la courbe de gain **du document réponse 4** les trois diagrammes asymptotiques de gain de ces filtres avec des couleurs différentes.

**Q.12.** Sachant que les mouvements dont la période est supérieure à 1s ne doivent pas être atténués de plus de 1 dB, choisir le numéro 1, 2 ou 3 du filtre qui atténue de 8 à 10 dB le tremblement de la main de période 0,25s.

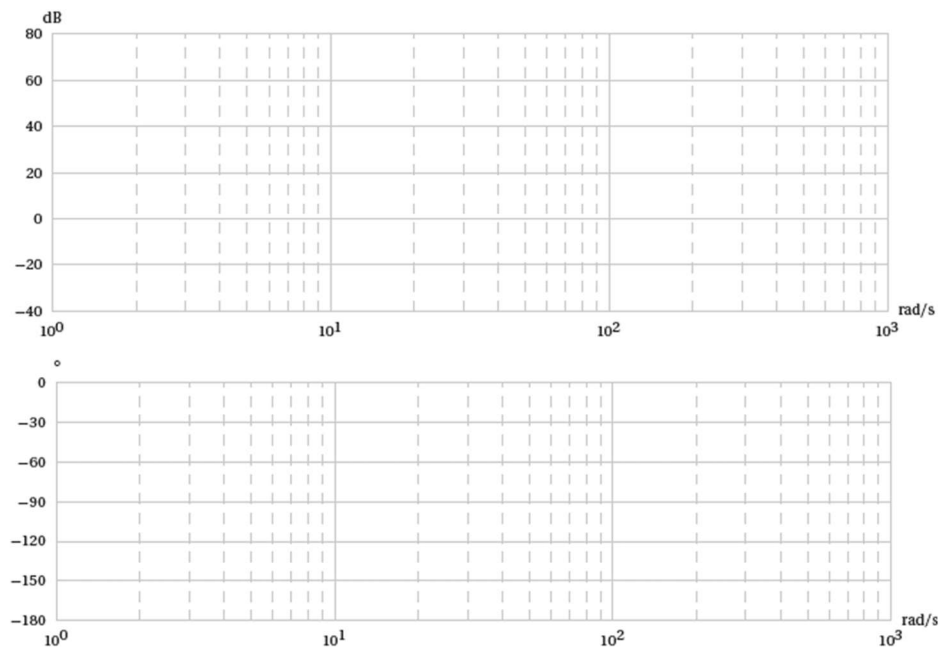
**Q.13.** La figure ci-contre montre la courbe d'amplitude du système corrigé par ce filtre. Le niveau de 4 Hz de la bande passante à -3 dB du critère est-il toujours respecté ?



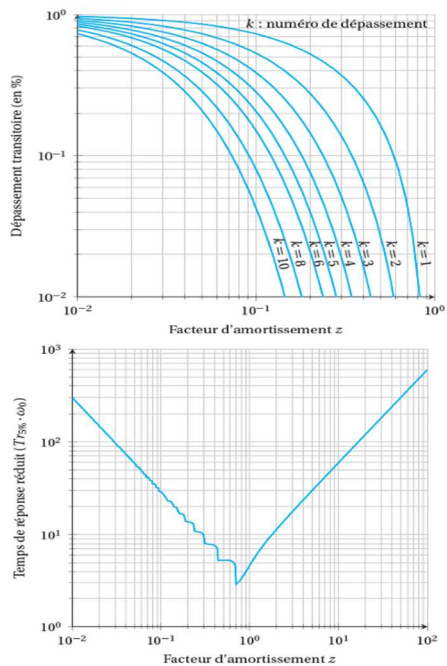
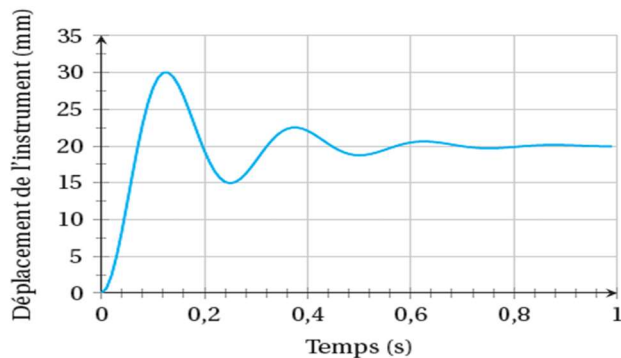
Document réponse 1 :



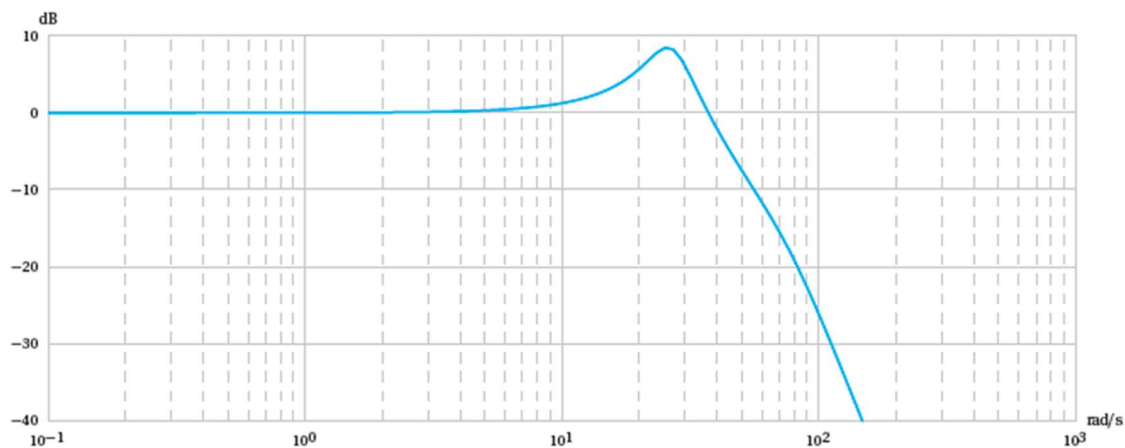
Document réponse 2 :



Document réponse 3 :



Document réponse 4 :



## Corrigé

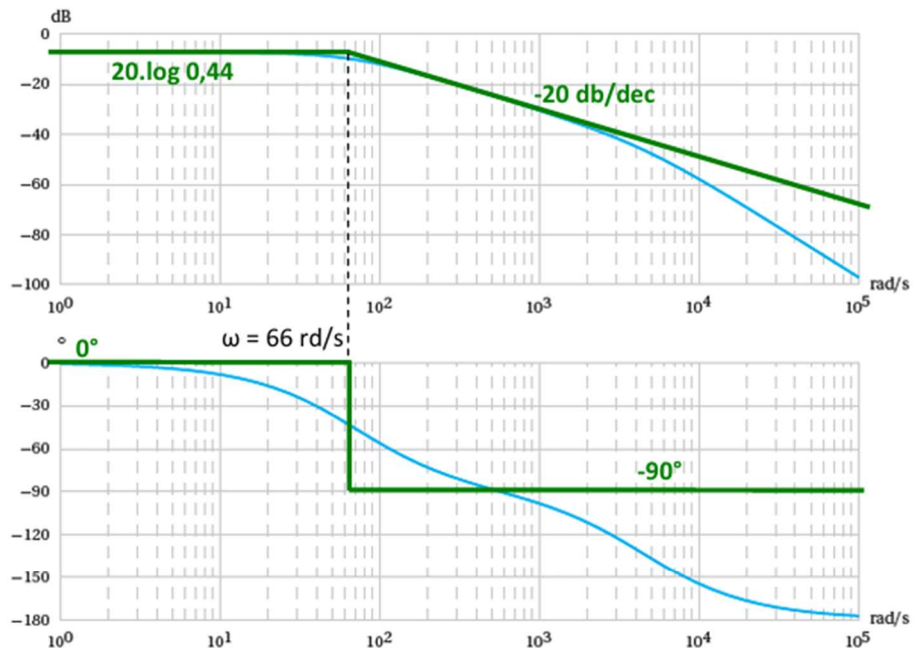
**Q.1.** On approxime l'ensemble motoréducteur par la fonction de transfert  $M(p) = \frac{0.44}{1 + 0,015.p}$ .

On a :

$$20 \cdot \log(0,44) = -7,14$$

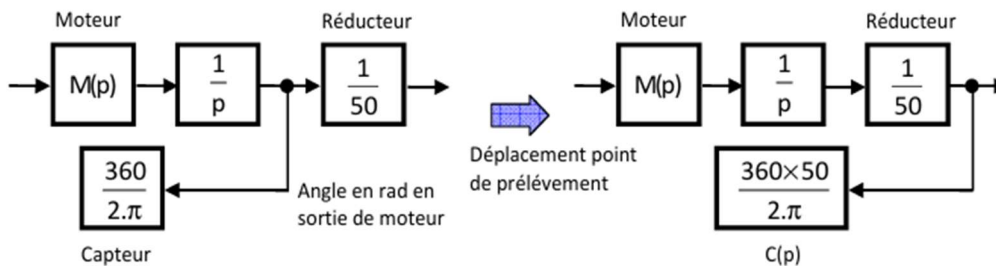
$$\omega = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{0,015} = 66 \text{ rd/s}$$

On peut considérer que le modèle est convenable pour une plage de pulsation correspondant à  $]0,1000] \text{ rd/s}$ .



**Q.2.**  $B(p) = \frac{1}{50.p}$  (Intégrateur + rapport de réduction)

**Attention :** Le capteur est placé en sortie de l'arbre moteur :

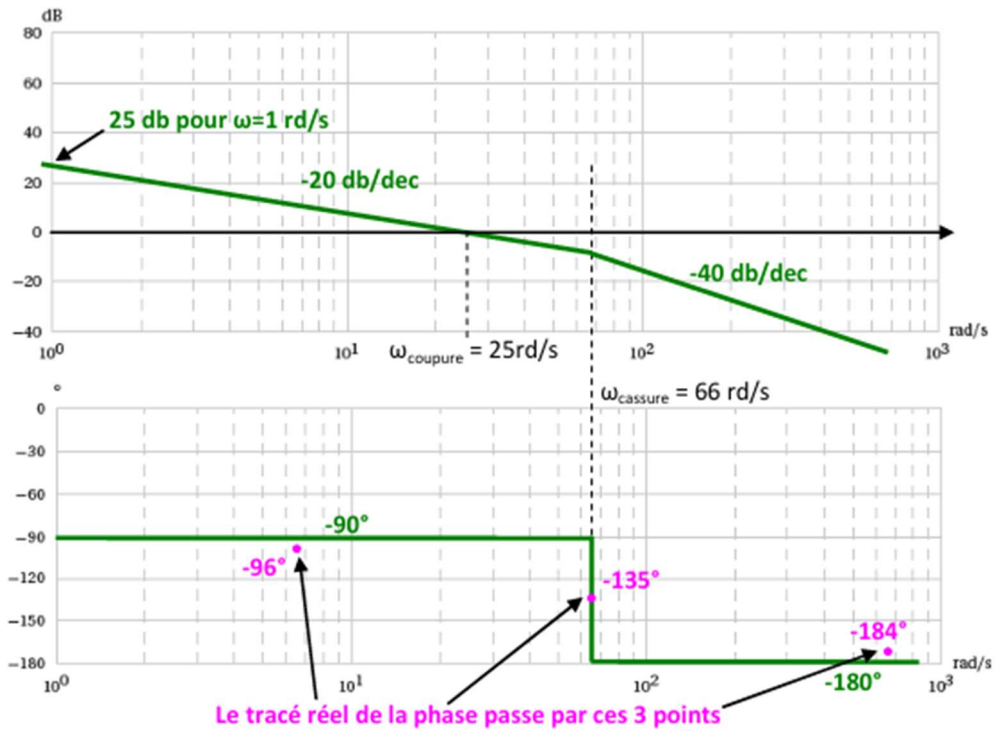


$$C(p) = \frac{50 \times 360}{2 \cdot \pi}$$

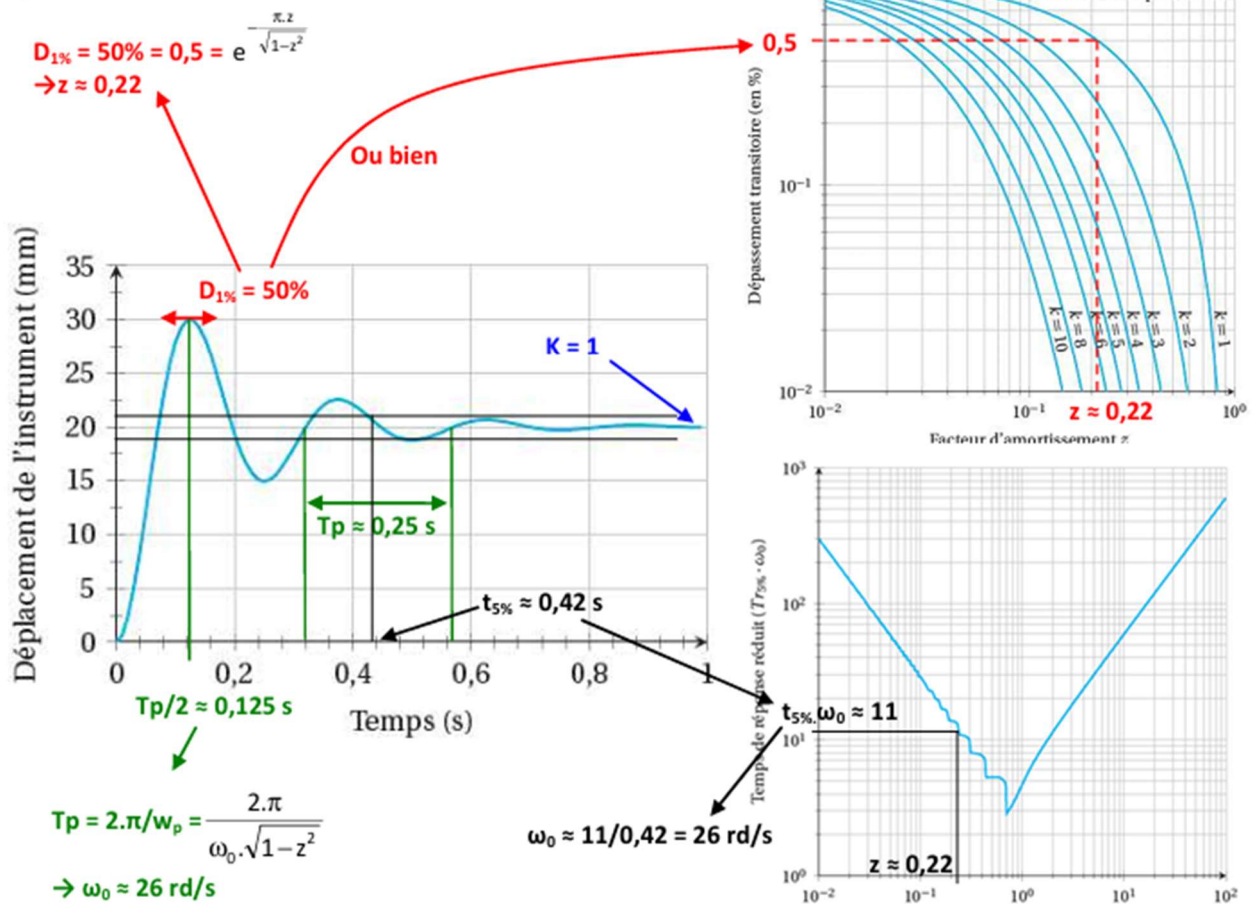
**Q.3.**  $FTBO(p) = K.M(p) \cdot \frac{1}{50.p} \cdot \frac{360 \times 50}{2 \cdot \pi} = K \cdot \frac{0.44}{1 + 0,015.p} \cdot \frac{1}{50.p} \cdot \frac{360 \times 50}{2 \cdot \pi} \approx \frac{25.K}{p \cdot (1 + 0,015.p)}$

**Q.4.** Pour  $K = 1$  on a  $FTBO(p) = \frac{25}{p \cdot (1 + 0,015.p)} = \frac{25}{p} \cdot \frac{1}{1 + 0,015.p}$

Soit un gain pur de 25 + 1 intégrateur + un système du 1<sup>er</sup> ordre de pulsation  $\omega = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{0,015} = 66 \text{ rd/s}$



Q.5. Identification

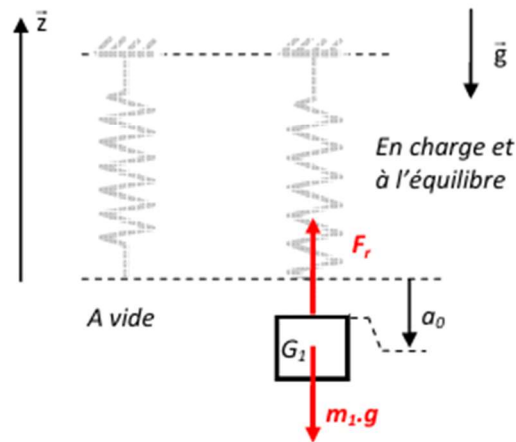


**Q.6.** Pour déterminer la bande passante il faut regarder la FTBF, cependant pour ce système on peut considérer que  $\omega_{BP-3dB} \approx \omega_{coupure(BO)} \approx \omega_{0(BF)} = 26 \text{ rad/s}$  soit une BP de  $BP_{-3dB} = \frac{26}{2\pi} = 4,16 \text{ Hz} > 4 \text{ Hz} \rightarrow$  l'exigence est validée.

**Q.7.** On isole la masse  $m_1$  et on effectue le BAME. La masse  $m_1$  étant à l'équilibre on applique le PFS sur la masse.

TRS projeté sur  $\bar{z}$  :  $-m_1 \cdot g + F_r = 0$

$$\rightarrow -m_1 \cdot g - k_0 \cdot a_0 = 0 \rightarrow a_0 = -\frac{m_1 \cdot g}{k_0}$$



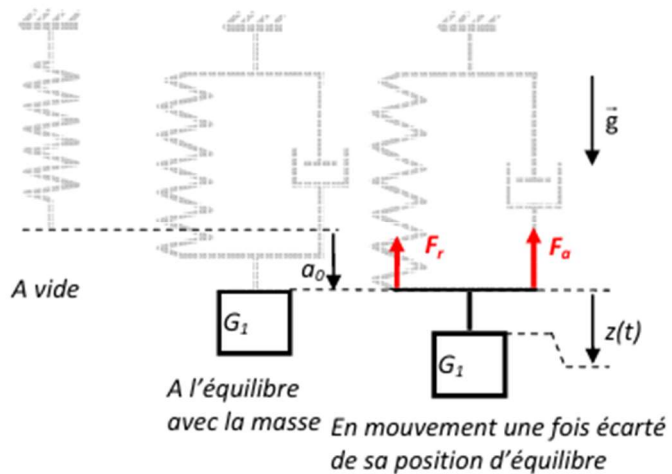
**Q.8.** On isole la masse  $m_1$  et on effectue le BAME. La masse  $m_1$  étant en mouvement on applique le PFD sur la masse.

TRD projeté sur  $\bar{z}$  :  $F_r + F_a = m_1 \cdot \frac{d^2z(t)}{dt^2}$

$$\rightarrow -k_0 \cdot z(t) - f_0 \frac{dz(t)}{dt} = m_1 \cdot \frac{d^2z(t)}{dt^2}$$

$$\rightarrow m_1 \cdot \frac{d^2z(t)}{dt^2} + f_0 \frac{dz(t)}{dt} + k_0 \cdot z(t) = 0$$

$$\rightarrow \frac{m_1}{k_0} \cdot \frac{d^2z(t)}{dt^2} + \frac{f_0}{k_0} \frac{dz(t)}{dt} + z(t) = 0$$



Système du second ordre de pulsation propre non amortie  $\omega_{03} = \sqrt{\frac{k_0}{m_1}}$  et de coefficient d'amortissement

$$\zeta_{03} = \frac{f_0}{2 \cdot k_0} \sqrt{\frac{k_0}{m_1}} = \frac{f_0}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{k_0 \cdot m_1}}$$

**Q.9.**  $\omega_{03} = \sqrt{\frac{k_0}{m_1}} \rightarrow k_0 = m_1 \cdot \omega_{03}^2 = 1,6 \times 26^2 = 1081 \text{ N/m}$ .

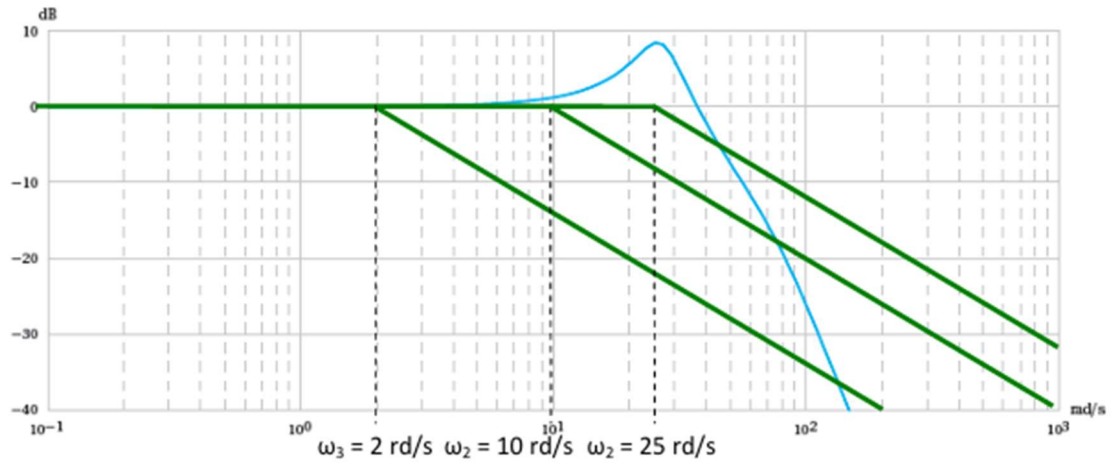
**Q.10.** On a pour entrée un signal de la forme  $e(t) = E_0 \cdot \sin(\omega_e \cdot t)$  avec  $E_0 = 1 \text{ mm}$  et  $\omega_e = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,25} = 25,13 \text{ rd/s}$ .

Graphiquement on lit sur le diagramme de Bode un gain de 8dB

$\rightarrow K = 10^{8/20} = 2,5$  ce qui fait une amplitude de sortie  $S_0 = 2,5 \cdot E_0$  (on amplifie de 2,5 fois l'amplitude de sortie / à la consigne d'entrée, ça sent une machine réglée par un chimiste et donc une boucherie pour le patient !)

**Q.11.**  $T_1 = 0,04s \rightarrow \omega_1 = 25 \text{ rd/s}$  ;  $T_2 = 0,1 \text{ s} \rightarrow \omega_2 = 10 \text{ rd/s}$  ;  $T_3 = 0,5 \text{ s} \rightarrow \omega_3 = 2 \text{ rd/s}$ .





**Q.12.** Filtre 2

**Q.13.** La bande passante vaut environ 30 rad/s soit 4,77 Hz > 4 Hz → le cahier des charges est validé.