

## Questions de cours

### Séries générales

Vous devez connaître l'énoncé et la démonstration des propriétés suivantes :

- Les solutions de l'équation différentielle homogène  $y' = ay$  sont les fonctions  $x \mapsto ke^{ax}$ , avec  $k \in \mathbb{R}$ .
- Les solutions de l'équation différentielle  $y' = ay + b$  sont les fonctions  $x \mapsto ke^{ax} - \frac{b}{a}$ , avec  $k \in \mathbb{R}$ .
- Soit  $f$  une fonction continue, positive et strictement croissante sur  $[a; b]$ . Démontrer que  $F: x \mapsto \int_a^x f(t)dt$  est une primitive de  $f$ .

### Séries techno/pro

Vous devez savoir démontrer les propriétés suivantes :

1. Résoudre une équation différentielle d'ordre 1 à second membre constant :  $y' = ay + b$ , avec  $a$  et  $b$  réels donnés.
2. Déterminer une primitive d'une fonction donnée en utilisant le tableau des primitives (pas de composées).
3. Calculer une intégrale en utilisant le théorème d'intégration par parties.

## Exercices

Chapitre 10 : Équations différentielles et intégration

### Équations différentielles

$y' = ay$ ,  $a \in \mathbb{R}$  fixé, et  $y' = ay + b$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$  fixés. Cas avec second membre non constant proposé guidé (formulation type bac G).

### Intégration

Intégrale d'une fonction continue sur un segment. Détermination de primitive par le tableau des primitives usuelles.

Propriétés des intégrales : Chasles, linéarité, croissance (positivité) de l'intégrale.

Théorème d'intégration par parties.

Suites définies par des intégrales.

## Programme prévisionnel

Équations différentielles et intégration.

# Chapitre 10 Équations différentielles et intégration

## 1 Équations différentielles d'ordre 1 à coefficients constants

Cas homogène :  $y' = ay$

Avec second membre constant :  $y' = ay + b$ .

Exemples de seconds membres non constants. Recherches de solutions particulières "du même type" que le second membre, cas pathologique rencontrés.

## 2 Intégrale d'une fonction continue positive sur un segment

Définition par l'aire sous la courbe, exemples (affine et constante), utilisation de la calculatrice pour obtenir une valeur approchée.

## 3 Fonction primitive et lien avec le calcul intégral

$F: x \mapsto \int_a^x f(t)dt$  est dérivable sur  $[a; b]$  et sa dérivée est  $f$ , démonstration dans le cas où  $f$  est positive, continue et croissante sur  $[a; b]$ . Définition et existence d'une fonction primitive dans le cas d'une fonction continue de signe non constant. Deux primitives diffèrent d'une constante. TFI :

$$\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a).$$

Propriétés des intégrales : positivité, croissance, linéarité, Chasles.

## 4 Calcul de primitives

Tableau des primitives usuelles.

Intégration par parties.

Applications aux suites définies par des intégrales.