Prénom : **Nom :**

▶ Exercice 1 /2

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 4x - y + 2z = 0 \\ x - 2y + z = -4 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$$

▶ Exercice 2 /3

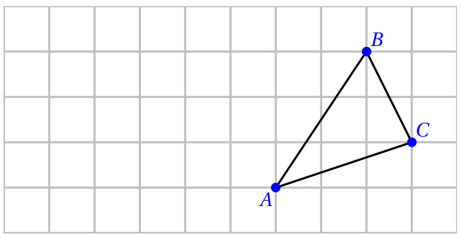
Dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, on donne $A(-2;0)$, $B(2;3)$ et $C(-3;3)$.

1. Démontrer que le triangle ABC est isocèle.
2. Calculer une valeur arrondie au degré près de l'angle $\widehat{ABC}$.
3. En déduire une valeur approchée des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$.

▶ Exercice 3 /4

ABC est un triangle. I est le milieu du segment $[AB]$ et J le point tel que $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

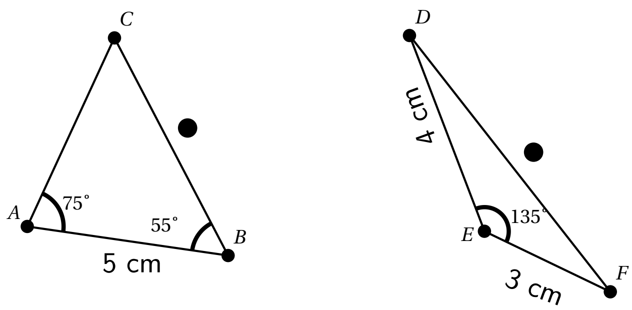
1. Placer les points I et J sur la figure ci-dessous.



2. On considère le repère $\mathscr{R} = \left(A,\ \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right)$.
   (a) Déterminer les coordonnées des points A, B, C, I et J dans le ce repère $\mathscr{R}$.
   (b) Démontrer que les droites (CI) et (AJ) sont parallèles.

▶ Exercice 4 /3

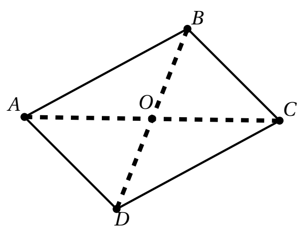
Dans chacun des triangles ci-dessous, déterminer la longueur des côtés signalés par un point.



▶ Exercice 5 /3

En utilisant le théorème de la médiane, démontrer que dans le parallélogramme $ABCD$ de centre O,

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2$$



▶ Exercice 6 /10

Dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, on considère les points $A(-4;-2)$, $B(5;-2)$ et $C(-2;5)$. On appelle I et J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AC]$.

1. Déterminer les coordonnées de I et de J.
2. Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice du segment $[AC]$. *On pourra utiliser un vecteur normal de cette droite.*
3. Justifier que la droite d'équation $2x = 1$ est la médiatrice du segment $[AB]$.
4. Déterminer les coordonnées du centre Ω du cercle circonscrit, sachant qu'il est à l'intersection des médiatrices du triangle.
5. Montrer qu'une équation de ce cercle, noté pour la suite Γ est : $x^2 + y^2 - x - y = 26$. Préciser son rayon.
6. On considère maintenant les *hauteurs* du triangle. On admettra qu'elles sont aussi concourantes, et que le point d'intersection H s'appelle *orthocentre du triangle*.
   (a) Déterminer une équation de la hauteur h_C du triangle issue de C puis une équation de la hauteur h_B issue de B.
   (b) Démontrer qu'elles se coupent en $H(-2;0)$.
   (c) Résoudre le système
   $$\left\{\begin{array}{rcl} x^2+y^2-x-y &=& 26 \\ 2x+7y &=& -4 \end{array}\right.$$
   Montrer que les solutions de ce système définissent deux points, dont l'un est B. Appelons D le second point.
   (d) Montrer que le milieu de $[HD]$ appartient à la droite (AC). En déduire que D est le symétrique de H par rapport à (AC).