

Questions de cours

Séries générales

Vous devez connaître l'énoncé et la démonstration des propriétés suivantes :

On définit le problème (*) par $\begin{cases} f' = f \\ f(0) = 1 \end{cases}$

- Si f vérifie le problème (*) alors pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \times f(-x) = 1$
- Si f vérifie le problème (*) et qu'on admet la propriété précédente, alors f ne s'annule pas sur \mathbb{R} .
- Si on admet l'existence d'une solution au problème (*), démontrer l'unicité de la solution.
- Relation fonctionnelle : $\forall x, y \in \mathbb{R}$, $\exp(x + y) = \exp(x) \times \exp(y)$.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$.
- Pour tous a et b strictement positifs, $\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$.

Séries techno/pro

Vous devez savoir démontrer les propriétés suivantes :

1. Relation fonctionnelle : $\forall x, y \in \mathbb{R}$, $\exp(x + y) = \exp(x) \times \exp(y)$.
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$.
3. Pour tous a et b strictement positifs, $\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$.

Exercices

Calcul

Calculer une dérivée Formules usuelles de dérivation, uv , $\frac{u}{v}$, $\frac{1}{u}$, \sqrt{u} , u^n , e^u , $\ln u$, $\sin(u)$, $\cos(u)$. Toutes fonctions usuelles permises

Chapitre 6 : Fonctions usuelles - chapitre complet

Relations fonctionnelles - Étude de fonction avec \exp , \ln et fonctions trigonométriques, limites, croissances comparées, (in)équations avec exponentielle, avec \ln avec recherche du domaine de définition. $x^y = e^{y \ln x}$.

Fonctions trigonométriques

Limites en 0 de $\frac{e^x - 1}{x}$, $\frac{\ln(x + 1)}{x}$, $\frac{\sin x}{x}$, $\frac{\cos x - 1}{x}$ plutôt pour les généraux.

Programme prévisionnel

fonctions usuelles : \exp , \ln , trigo.
Démonstration par récurrence.

Chapitre 6 Fonctions usuelles

1 Fonction exponentielle

1.1 Définition

Définition par problème de Cauchy. premières propriétés démontrées : \exp ne s'annule pas, \exp est l'unique solution du problème $f' = f$ et $f(0) = 1$, \exp est positive et croissante sur \mathbb{R} .

1.2 Relation fonctionnelle

Notation e^x . Équations et inéquations.

1.3 Limites

Limites en $+\infty$ (démontrée). Croissance comparée $\exp/\text{polynôme}$.

Pour les généraux : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ et approximation affine.

2 Fonction Logarithme Népérien

2.1 Définition

Théorème de la bijection appliqué à la fonction \exp . - relation fonctionnelle et relations induites. $x^y = e^{y \ln x}$.

2.2 Variations et limites

Dérivée de \ln , limites en $+\infty$ et en 0, croissances comparées $\frac{\ln x}{x}$ en $+\infty$ et $x \ln x$ en 0.
Dérivée de $\ln u$.

3 Fonctions trigonométriques

3.1 Fonction sinus

Impaire, 2π -périodique, dérivée, limite $\frac{\sin x}{x}$ en 0.

3.2 Fonction cosinus

Paire, 2π -périodique, dérivée, limite $\frac{\cos x - 1}{x}$ en 0.

3.3 Fonction tangente

Ens de déf, impaire, π -périodique, dérivée $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$.