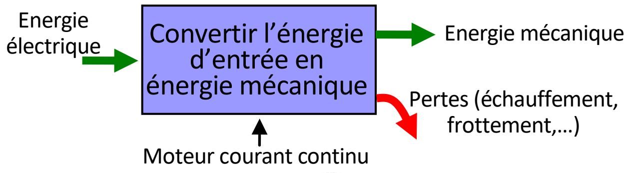
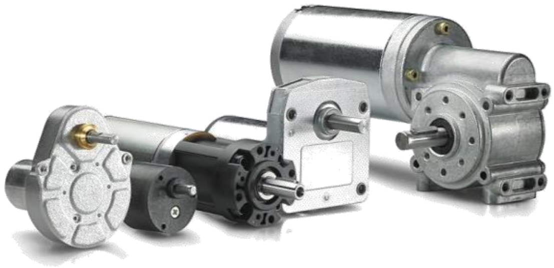
Modélisation d'un Moteur à Courant Continu (MCC)

Un moteur à courant continu est système permettant de convertir une énergie électrique d'entrée en une énergie mécanique de sortie.

Le moteur courant continu est désormais une technologie supplantée dans beaucoup de domaines mais il s'impose encore dans les très faibles puissances ou les faibles tensions et il se prête encore très bien à la variation de vitesse avec des technologies électroniques simples et peu onéreuses. Le moteur courant continu permet une régulation précise du couple et sa vitesse de rotation nominale, indépendante de la fréquence du réseau électrique, est aisément adaptable par l'intermédiaire d'un réducteur au reste de la chaine d'énergie. Le moteur courant continu est en revanche moins robuste que les moteurs asynchrones et beaucoup plus cher, tant en coût matériel qu'en maintenance, car il nécessite un entretien régulier du collecteur et des balais.

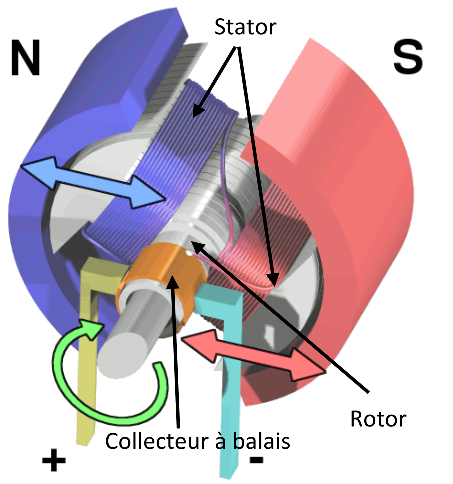




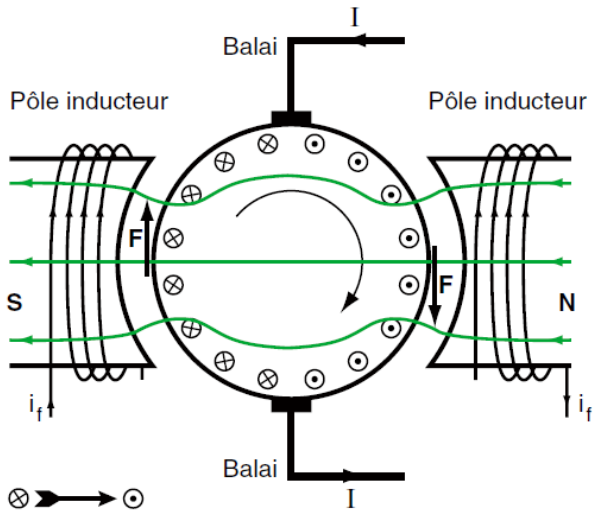
Principe de fonctionnement du MCC

Un moteur courant continu est composé des éléments suivants :

- Un inducteur ou stator qui est l'élément du circuit magnétique immobile sur lequel un enroulement est bobiné afin de produire un champ magnétique.
- Un induit ou rotor qui correspond à un cylindre en tôles magnétiques isolées entre elles et perpendiculaires à l'axe du cylindre. L'induit est mobile en rotation autour de son axe et est séparé de l'inducteur par un entrefer. A sa périphérie, des conducteurs sont régulièrement répartis.
- Un collecteur à balais qui est solidaire de l'induit. Les balais sont fixes, ils frottent sur le collecteur et ainsi alimentent les conducteurs de l'induit.

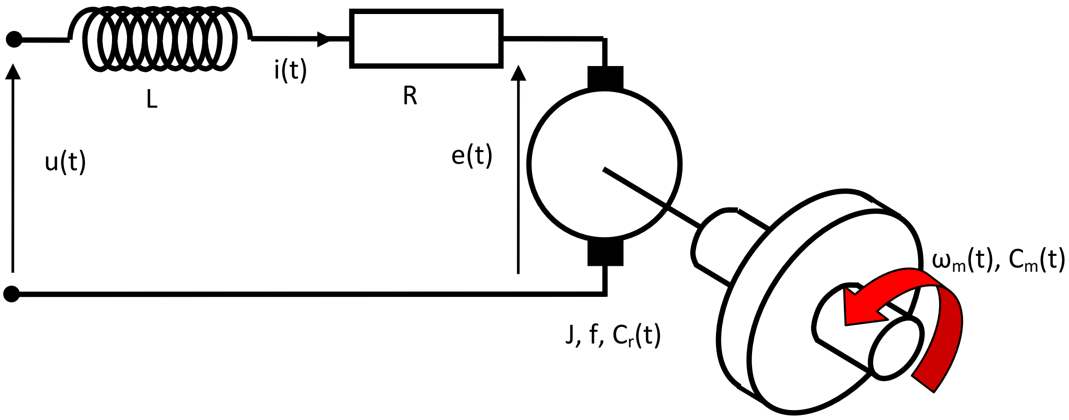


Lorsque l'inducteur est alimenté, il crée un champ magnétique (flux d'excitation) dans l'entrefer, dirigé suivant les rayons de l'induit. Ce champ magnétique « rentre » dans l'induit du côté du pôle Nord de l'inducteur et « sort » de l'induit du côté du pôle Sud de l'inducteur. Quand l'induit est alimenté, ses conducteurs situés sous un même pôle inducteur (d'un même côté des balais) sont parcourus par des courants de même sens et sont donc, d'après la loi de Laplace, soumis à une force. Les conducteurs situés sous l'autre pôle sont soumis à une force de même intensité et de sens opposé. Les deux forces créent un couple qui fait tourner l'induit du moteur.



Modèle de connaissance

D'un point de vue électrique, le moteur courant continu peut être modélisé comme un système dont l'entrée est la tension de commande de l'induit u(t) et la sortie la vitesse de rotation de l'arbre moteur $\omega_m(t)$. L'induit est modélisé par une résistance en série avec une inductance et une force contre électromotrice. On donne ci-dessous le modèle de connaissance du moteur courant continu :



$u(t) = e(t) + R.i(t) + L.\dfrac{di(t)}{dt}$

(Loi d'Ohm)

$e(t) = K_e.\omega_m(t)$

(Equation de l'électromagnétisme)

$J.\dfrac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t) - f.\omega_m(t)$

(Equation de la dynamique de l'arbre moteur)

$C_m(t) = K_t.i(t)$

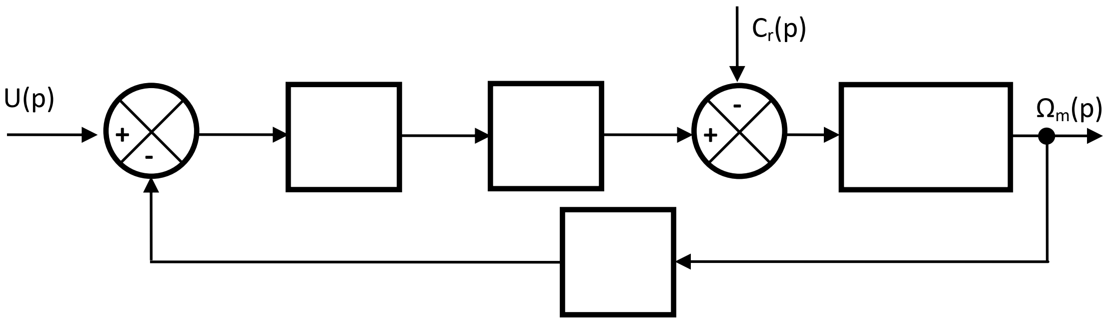
(Equation de l'électromagnétisme)

Avec :

u(t) = Tension du moteur	[V]
e(t) = Force contre électromotrice du moteur	[V]
i(t) = Intensité dans le moteur	[A]
$C_m(t)$ = Couple exercé par le moteur	[N.m]
$C_r(t)$ = Couple résistant sur l'axe moteur	[N.m]
$\omega_m(t)$ = Vitesse angulaire du moteur	[rad/s]
R = Valeur de la résistance	[Ω]
L = Valeur de l'inductance	[H]
K_e = Coefficient de la force contre électromotrice	[V/(rad/s)]
J = Inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur	[kg.m²]
f = 0,01 = Paramètre de « frottement fluide » total	[N.m.s]
K_t = Constante de couple	[N.m/A]

Q.1. Les conditions initiales étant nulles, exprimer les équations du modèle de connaissance dans le domaine de Laplace.

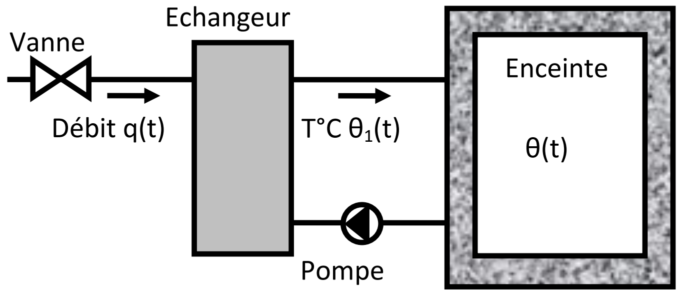
Q.2. Compléter le schéma-bloc du moteur en s'aidant des équations de la question 1.



La boucle de retour de ce schéma-bloc n'est pas une boucle d'asservissement, elle correspond seulement à la modélisation du MCC

Modélisation d'une enceinte chauffante

Le système représenté ci contre est chargé de maintenir la température d'une enceinte. Le chauffage est assuré par un échangeur thermique. Une vanne permet de réguler le débit dans l'échangeur.
On note α(t) l'angle d'ouverture de la vanne, q(t) le débit dans l'échangeur, $\theta_1(t)$ la température en sortie de l'échangeur, θ(t) la température de l'enceinte.



On donne les modèles de connaissance qui régissent le système :

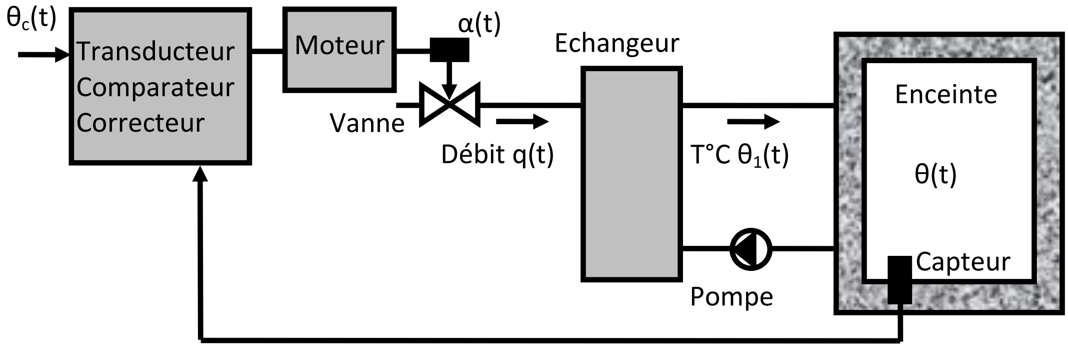
- $q(t)=k_0.\alpha(t)$ (loi de fonctionnement de la vanne donnant le débit en fonction de l'angle d'ouverture de la vanne).
- $\theta_1(t)+\tau_1.\dfrac{d\theta_1(t)}{dt}=k_1.q(t)$ (loi de transfert de chaleur dans l'échangeur).
- $\theta(t)+\tau_2.\dfrac{d\theta(t)}{dt}=k_2.\theta_1(t)$ (loi de transfert de chaleur dans l'enceinte).

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles. L'entrée du système est l'angle d'ouverture de la vanne α(t) et la sortie, la température de l'enceinte θ(t).

Q.1. Traduire dans le domaine de Laplace les équations du modèle de connaissance. En déduire les différents modèles de comportement et les fonctions de transfert associées.

Q.2. Représenter le système par un schéma-bloc faisant intervenir les 3 blocs précédemment définis.

Afin de réguler la température, on choisit de motoriser la vanne. On installe un capteur dans l'enceinte qui permet de mesurer la température et la de traduire en une tension $u_{mes}(t)$ (on peut modéliser le capteur par un gain pur $K_{mes}=0{,}02$). La tension $u_{mes}(t)$ est comparée à la tension de consigne $u_c(t)$ issue d'un transducteur de fonction de transfert T(p). En fonction de cet écart amplifié par un correcteur de gain K_c, la vanne s'ouvre ou se ferme. Le schéma ci-dessous précise l'architecture du système.



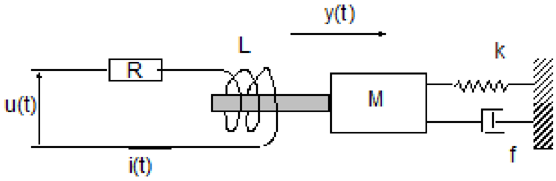
On donne la fonction de transfert du moteur qui est : $M(p)=\dfrac{\alpha(p)}{U_m(p)}=\dfrac{K}{(1+\tau.p)}$.

Q.3. Représenter par un schéma-bloc le système régulé dont l'entrée est la température $\theta_c(p)$.

Q.4. Quelle doit être la fonction de transfert du transducteur de façon à annuler l'écart ε(p) quand la température de consigne et la température de l'enceinte sont égales ?

Modélisation d'une tête de lecture de disque dur

Dans un disque dur, on trouve des plateaux rigides en rotation. Chaque plateau est constitué d'un disque réalisé généralement en aluminium, qui a les avantages d'être léger, facilement usinable et paramagnétique. Les faces de ces plateaux sont recouvertes d'une couche magnétique, sur laquelle sont stockées les données (binaire [0,1]). Suivant le courant électrique qui la traverse, cette tête modifie le champ magnétique local pour écrire soit un 1, soit un 0, à la surface du disque. Pour lire, le même matériel est utilisé dans l'autre sens : le mouvement du champ magnétique local engendre aux bornes de la tête un potentiel électrique qui dépend de la valeur écrite (1 ou 0).
Le schéma représente le dispositif de commande d'une tête de lecture : sous l'action de la tension u(t), la tête de lecture de masse M se déplace de y(t) par rapport à sa position d'équilibre.



Les équations décrivant le système sont les suivantes :

Théorème de la résultante dynamique appliqué à la masse M : $M\dfrac{d^2y(t)}{dt^2}+f\dfrac{d\,y(t)}{dt}+k.y(t)=\beta.i(t)$

Equation de la force contre électro motrice : $e(t)=\alpha\dfrac{d\,y(t)}{dt}$

Equation électrique : $u(t)=R.i(t)+L\dfrac{d\,i(t)}{dt}+e(t)$

Q1. Dans un premier temps, appliquer la transformée de Laplace à chaque équation en précisant toutes les hypothèses et étapes de calculs nécessaires.

Q2. Ecrire le schéma bloc de l'asservissement de la position de sortie Y(p) en fonction de la tension d'entrée U(p)

Calcul de transformées de Laplace

Calculer la transformée de Laplace des fonctions suivantes : $e^{-at}.u(t)$, $\cos(\omega t).u(t)$ et $\sin(\omega t).u(t)$
En déduire $e^{-at}.\sin(\omega t).u(t)$ et $e^{-at}.\cos(\omega t).u(t)$.

Calcul de transformées inverses

Calculer la transformée inverse des fonctions suivantes :

$F_1(p)=\dfrac{K_1}{(p+a).(p+b)}$ $\quad F_2(p)=\dfrac{K_2}{p.(1+\tau.p)}$ $\quad F_3(p)=\dfrac{K_3.p}{(p+a).(p+b)}$

$F_4(p)=\dfrac{K_4.p^2}{(p-1)^2.(p+1)}$ $\quad F_5(p)=\dfrac{3p+1}{(p-1).(p^2+1)}$

Application du théorème du retard pour la modélisation de signaux

Déterminer les transformées de Laplace des signaux suivants :