PC* 2022/ 2023

Bellevue

DS de chimie 3 - 30 Novembre 2022
Elements de correction

Première partie : Etude cinétique de la mutarotation du glucose , avec ou sans catalyse
(Centrale PC 2020)

Q1 . L'hémiacétal est le produit de la réaction, sa formule est représentée ci-dessous :

Les deux stéréoisomères diffèrent par la position du groupe HO généré lors de la réaction :

Q2. Exemple de question ouverte : pour ce type de question , ce qui importe c'est la présentation précise et rigoureuse de la **démarche utilisée** pour obtenir une réponse .

Cette démarche doit faire apparaître les différentes compétences exigibles .

① « S'approprier – Analyser »

▪ On considère le système chimique siège de l'équilibre *en solution aqueuse* entre les deux formes

▪ Par définition , la constante d'équilibre s'exprime selon : $K^\circ = \frac{a(\beta\text{-D-glucopyranose})}{a(\alpha\text{-D-glucopyranose})}$

On suppose les solutions aqueuses infiniment diluées :

$$K^\circ = \frac{[\beta\text{-D-glucopyranose}]}{[\alpha\text{-D-glucopyranose}]}$$

On note C_0 la concentration molaire du stéréoisomère initialement introduit et x_e l'avancement volumique de la réaction considérée à l'équilibre .

Compte tenu de l'hypothèse retenue (forme ouverte négligeable) :

$$C_0 = [\beta\text{-D-glucopyranose}] + [\alpha\text{-D-glucopyranose}]$$

Par ailleurs , pour l'expérience où le stéréoisomère introduit est le $\alpha\text{-D-glucopyranose}$, un bilan de matière conduit à

$$[\alpha\text{-D-glucopyranose}] = C_0 - x_e$$

$$[\beta\text{-D-glucopyranose}] = x_e$$

$$\text{Soit } K^\circ = \frac{x_e}{C_0 - x_e}$$

La détermination de K° suppose donc de déterminer la valeur de l'avancement x_e : il faut la relier à la grandeur mesurée .

▪ D'après la loi de Biot, le pouvoir rotatoire d'une solution contenant les deux stéréoisomères s'exprime – en tenant compte des unités indiquées – selon :

$$\alpha = [\alpha]_{\alpha} l ([\alpha\text{-D-glucopyranose}]M + [\alpha]_{\beta} l [[\beta\text{-D-glucopyranose}]M$$

(M : masse molaire commune aux 2 stéréoisomères)

② « Réaliser »

On a $\alpha = [\alpha]_{\alpha} l (C_0 - x_e) M + [\alpha]_{\beta} l x_e M$ On en déduit $x_e = \frac{\alpha - [\alpha]_{\alpha} l C_0 M}{M l ([\alpha]_{\beta} - [\alpha]_{\alpha})}$

A.N. $\alpha = 10,5^{\circ}$, $l = 2 \text{ dm}$, $M = M(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6) = 180 \text{ gmol}^{-1}$
 $x_e = 3,54 \cdot 10^{-4} \text{ molL}^{-1}$

$$\boxed{K^{\circ} = 1,75}$$

Q3. ..A nouveau une question ouverte

① « S'appropriier – Analyser »

▪ La détermination des constantes k_1 et k_{-1} suppose de déterminer l'expression du pouvoir rotatoire en fonction du temps $\alpha(t)$ et de confronter l'expression obtenue aux résultats expérimentaux à l'aide d'une représentation graphique.

Par analogie à la question précédente on introduit – en plus de C_0 et de x_e – l'avancement volumique de la réaction x à un instant t .

▪ D'après la loi de Biot, le pouvoir rotatoire à un instant t s'exprime selon

$$\alpha = [\alpha]_{\alpha} l (C_0 - x) M + [\alpha]_{\beta} l x M$$

▪ Déterminer l'expression de α en fonction du temps revient alors à déterminer l'expression de x en fonction de t , ce qui relève du traitement cinétique du système.

On adopte la méthode classique :

- 1) Etablir l'équation différentielle vérifiée par x : cette équation se déduit de l'identification des 2 expressions de la vitesse : définition et loi de vitesse liée au mécanisme proposé.
- 2) Résolution de cette équation.

On peut aussi choisir d'exprimer directement l'équation différentielle vérifiée par α (voir 3^{ème} méthode ci-dessous)

② « Réaliser »

▪ Par définition, la vitesse s'exprime par $v = \frac{1}{V} \frac{d\xi}{dt} = \frac{dx}{dt}$ (expression liée à l'aspect macroscopique, équation bilan)

▪ On a $x = [\beta\text{-D-glucopyranose}]$;

d'après le mécanisme proposé $\frac{dx}{dt} = v_1 - v_{-1}$ (expression liée à l'aspect microscopique)

$$\frac{dx}{dt} = k_1(C_0 - x) - k_{-1}x$$

▪ L'équation différentielle vérifiée par x s'écrit : $\boxed{\frac{dx}{dt} + (k_1 + k_{-1})x = k_1 C_0}$

▪ Résolution de l'équation différentielle

1^{ère} méthode : on reconnaît une équation du premier ordre avec second membre constant, la solution générale se met sous la forme $x = x_{\text{part}} + x_{\text{homogène}}$

On pose $k = k_1 + k_{-1}$, $x_{\text{homogène}} = A \exp(-kt)$ et $x_{\text{part}} = \frac{k_1 C_0}{k_1 + k_{-1}} = \frac{k_1 C_0}{k}$

En utilisant la condition $x(t=0) = 0$: $\frac{k_1 C_0}{k} + A \exp(-kt) = 0$, on obtient finalement :

$$\boxed{x = \frac{k_1 C_0}{k} [1 - \exp(-kt)]}$$

2^{ème} méthode : pour les réactions équilibrées, il est intéressant d'introduire l'avancement à l'équilibre. L'état d'équilibre est caractérisé par une absence d'évolution, ce qui se traduit mathématiquement par

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{\text{équilibre}} = 0, \text{ or } \left(\frac{dx}{dt}\right)_{\text{équilibre}} + (k_1 + k_{-1})x_{\text{équilibre}} = k_1 C_0$$

$$x_{\text{équilibre}} = \frac{k_1 C_0}{k_1 + k_{-1}} = \frac{k_1 C_0}{k}$$

En reprenant la notation x_e pour $x_{\text{équilibre}}$ L'équation différentielle se réécrit :

$$\frac{dx}{dt} + (k_1 + k_{-1})x = (k_1 + k_{-1})x_e \quad \text{ou} \quad \frac{dx}{dt} + k(x - x_e) = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{dx}{dt} = -k(x - x_e)$$

Après séparation des variables, par simple intégration on obtient alors

$$\int_{t=0}^{t=t} \frac{dx}{(x - x_e)} = - \int_{t=0}^{t=t} k dt$$

$$\text{Ln} | (x - x_e) | - \text{Ln} | - x_e | = -kt \quad : \text{ on retrouve } \boxed{x = x_e [1 - \exp(-kt)]}$$

• Expression de α en fonction de t : on reporte l'expression de x dans celle de α ...

$$\alpha = [\alpha]_{\alpha} l (C_0 - x) M + [\alpha]_{\beta} l x M$$

$$\text{Or } \alpha_0 = [\alpha]_{\alpha} l C_0 M \quad : \quad \alpha = \alpha_0 + ([\alpha]_{\beta} - [\alpha]_{\alpha}) l M x$$

$$\text{Et} : \quad \alpha_e = \alpha_0 + ([\alpha]_{\beta} - [\alpha]_{\alpha}) l M x_e$$

On en déduit

$$\alpha - \alpha_e = ([\alpha]_{\beta} - [\alpha]_{\alpha}) l M (x - x_e) \quad \text{ou} \quad \alpha - \alpha_e = \frac{\alpha_e - \alpha_0}{x_e} (x - x_e)$$

$$\boxed{\alpha - \alpha_e = (\alpha_e - \alpha_0) [\exp(-kt)]}$$

3^{ème} méthode : on peut chercher à exprimer directement l'équation différentielle vérifiée par α :

A partir des expressions :

$$\alpha = [\alpha]_{\alpha} l (C_0 - x) M + [\alpha]_{\beta} l x M$$

$$\alpha_0 = [\alpha]_{\alpha} l C_0 M \quad :$$

$$\alpha_e = \alpha_0 + ([\alpha]_{\beta} - [\alpha]_{\alpha}) l M x_e \quad \text{et} \quad x_e = k_1 C_0 / k$$

$$\text{On obtient } \alpha - \alpha_0 = ([\alpha]_{\beta} - [\alpha]_{\alpha}) l M x = (\alpha_e - \alpha_0) x / x_e \quad : \quad x = x_e \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_e - \alpha_0}$$

$$\text{D'où } \frac{dx}{dt} = \frac{x_e}{\alpha_e - \alpha_0} \frac{d\alpha}{dt} \quad \text{et}$$

$$\frac{dx}{dt} + (k_1 + k_{-1})x = k_1 C_0 \quad \text{équivalent à} \quad \frac{x_e}{\alpha_e - \alpha_0} \frac{d\alpha}{dt} + (k_1 + k_{-1})x_e \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_e - \alpha_0} = k_1 C_0$$

$$\frac{d\alpha}{dt} + k\alpha = k_1 C_0 \frac{\alpha_e - \alpha_0}{x_e} + k\alpha_0 = k(\alpha_e - \alpha_0) + k\alpha_0$$

$$\boxed{\frac{d\alpha}{dt} + k\alpha = k\alpha_e}$$

Quelle que soit la méthode, il est impératif d'établir l'équation différentielle vérifiée par x et de connaître x_e .

• Exploitation des résultats expérimentaux

L'état d'équilibre est nécessairement observé au bout d'un temps infini : on considère ici que pour $t = 3600$ s, l'équilibre est effectivement atteint, soit $\alpha_e = 19^\circ$

On trace les variations de $\text{Ln}(\alpha - \alpha_e)$ en fonction de t .

On obtient une droite : le modèle est validé et le coefficient directeur s'identifie à $-k = -(k_1 + k_{-1})$

Soit $k_1 + k_{-1} = 2,58 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

Pour déterminer les valeurs des deux constantes, il faut revenir à l'état d'équilibre :

On a caractérisé l'état d'équilibre par $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{\text{équilibre}} = 0$, ce qui a conduit à $x_e = \frac{k_1 C_0}{k}$

Et d'autre part $\alpha_e = \alpha_0 + ([\alpha]_{\beta} - [\alpha]_{\alpha}) \text{ l M } x_e$

A.N. $a_e = 19,0^\circ$ $M = 180 \text{ gmol}^{-1}$ $C_0 = 1,01 \cdot 10^{-3} \text{ molcm}^{-3}$: $x_e = 6,48 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$ et $k_1 = 1,655 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

$$k_1 = 1,65 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}, k_{-1} = 9,25 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Correlation avec la question précédente

On a $\frac{dx}{dt} = v_1 - v_{-1} = k_1[\alpha - D - \text{glucopyranose}] - k_{-1}[\beta - D - \text{glucopyranose}]$

L'équilibre est caractérisé par

Soit $k_1 [\alpha - D - \text{glucopyranose}]_{eq} - k_{-1} [\beta - D - \text{glucopyranose}]_{eq} = 0$:

$$K^\circ = \frac{[\beta - D - \text{glucopyranose}]_{eq}}{[\alpha - D - \text{glucopyranose}]_{eq}} = \frac{k_1}{k_{-1}}$$

A partir des valeurs de k_1 et k_{-1} on obtient $\frac{k_1}{k_{-1}} = 1,78$, ce qui est compatible avec la valeur $K^\circ = 1,75$

Q4. Conformément à l'énoncé, on peut identifier

k à la constante de de vitesse sans catalyse

$k_h[\text{H}_3\text{O}^+]$ à la constante de vitesse avec une catalyse acide

$k_w[\text{HO}^-]$ à la constante de vitesse avec une catalyse basique

Q5. En solution aqueuse, à l'équilibre, on a $[\text{H}_3\text{O}^+][\text{HO}^-] = K_e$

En posant $h = [\text{H}_3\text{O}^+]$, la constante de vitesse peut se réécrire

$$k = k_0 + k_h h + k_w \frac{K_e^\circ}{h}$$

D'où

$$\frac{dk}{dh} = k_h - k_w \frac{K_e^\circ}{h^2}$$

La constante passe par un extremum pour $dk/dh = 0$:

$$\frac{dk}{dh} = 0 \Leftrightarrow k_h - k_w \frac{K_e^\circ}{h^2} = 0 \Leftrightarrow h^2 = \frac{k_w}{k_h} K_e^\circ \text{ soit } \boxed{\text{pH} = \frac{1}{2} \log \left(\frac{k_w}{k_h} \right) + \frac{1}{2} \text{p}K_e}$$

Pour cette valeur de pH, la valeur de k est minimale, ce qui peut se traduire par une efficacité minimale de la catalyse à ce pH.

Deuxième partie : OM de B₂H₆

Le fragment BH₂ coudé

Q6. Cf cours :

Dans le fragment , la distance entre les 2 atomes d'hydrogène est supérieur à celle de la molécule : le recouvrement entre les orbitales atomiques 1s diminue et donc l'écart énergétique OM-OA aussi .

Fort Recouvrement	Faible recouvrement
H-H	H.....H

Q7. Pour déterminer les OM de BH₂ on le décompose en deux fragments : B et H—H .

Les orbitales à considérer sont les orbitales de valence du bore (2s et 2p) et les orbitales σ et σ* pour le fragment H—H.

Cette question a été résolue en cours (OM de H₂O) . Les arguments de symétrie permettent de conclure que les interactions possibles sont les suivantes :

$$2s (B) - 2p_y (B) - \sigma (H-H)$$

$$2p_x (B) - \sigma^* (H-H)$$

Pas d'interaction impliquant 2p_z (B)

Q8. Les labels de symétrie sont précisés par rapport aux plans de symétrie du fragment BH₂ : plan xy et plan yz

Energie des OM	- 21,2 eV	-12,2 eV	- 8,55 eV	1,5 eV	4,6 eV	5,6 eV
Symétrie / xy	S	S	S	A	S	S
Symétrie / yz	S	A	S	S	S	A
Représentation		 ou 				 ou
	liante		Non liante		Anti liante	

Q9. Pour le fragment , on compte au total 3 + 2 = 5 électrons de valence , soit la configuration électronique : **OM₁² OM₂² OM₃¹**

Fragment B_2H_4

Q10. Conformément à ce qui a été vu à la question 2 , on obtient

	OM1	OM2	OM3	OM4
OM de BH_2				
Symétries	SS	SA	SS	AS

Ainsi , à partir des arguments de symétrie , il apparaît que

Les orbitales OM2 et OM4 ne peuvent interagir qu'entre elles : ce qui se traduit par 2 interactions à 2 orbitales identiques pour construire les OM de B_2H_4

Les orbitales OM1 et OM3 peuvent interagir , ce qui conduira à une interaction à 4 orbitales

Q11. Les orbitales les plus basses en énergie de chaque fragment BH_2 sont les orbitales OM_1 et OM_2 ; elles sont **principalement développées dans la région entre B et H** : elles contribuent aux liaisons B-H .

Q12. Finalement , pour construire les orbitales de B_2H_4 on ne considère que les orbitales non liantes des fragments BH_2 .

On est alors ramené à 2 interactions à 2 orbitales identiques ; on peut tracer le diagramme d'interaction suivant :

Pour la position relative des OM de B_2H_4 , on utilise le fait qu'une orbitale liante est plus basse en énergie qu'une orbitale anti-liante .

On compte au total **2** électrons à répartir : **1 seul électron présent sur l'OM3 de chaque fragment BH_2** . Ces deux électrons se retrouvent sur l'orbitale la plus basse en énergie : cf diagramme ci-dessus .

Q13. Les 2 orbitales liantes obtenues lors des interactions entre les orbitales OM3 et OM4 des deux fragments BH_2 sont essentiellement développées dans la région entre les deux atomes de bore avec respectivement un recouvrement axial et un recouvrement latéral .

Ce sont ces orbitales qui vont permettre de décrire la liaison entre les deux atomes de bore .

Cependant , une seule est occupée : à partir du diagramme des OM , on peut conclure , qu'il n'y a qu'une seule liaison entre les 2 atomes de bore (c'est une liaison de type σ)

C. Diborane B_2H_6

Q14. le choix des fragments est guidé d'une part par les arguments de symétrie et d'autre part par le fait qu'on connaisse leurs orbitales .

La suite logique de l'exercice consiste donc à prendre comme fragments :

B_2H_4 et H_2 étiré

Les éléments de symétrie de B_2H_6 avec en particulier le plan médiateur de la liaison B-B qui contient H---H confirment bien ce choix .

Q15. Le plan médiateur P2 est un élément de symétrie essentiel : il constitue un des plans « bien choisi ». L'autre plan à considérer est le plan contenant B₂H₄ (soit le plan xy en conservant les orientations de début d'énoncé)

En se limitant **aux orbitales liantes de B₂H₄**, l'analyse des symétries par rapport à ces deux plans conduit à

	Fragment B ₂ H ₄		Fragment H---H	
	OM'1 	OM'2 		
P1(xy)	S	A	S	A
P2(xz)	S	S	S	S

On en déduit que pour construire les OM de B₂H₆, on n'a que 2 interactions à 2 orbitales à considérer : $\sigma(\text{H}---\text{H}) - \text{OM}'1$ et $\sigma^*(\text{H}---\text{H}) - \text{OM}'2$.
D'où le diagramme d'interaction :

Q16. Le fragment B₂H₄ n'apporte que **2** électrons, on compte donc au total $2 + 2 * 1 = 4$ électrons. Ils sont décrits par les deux orbitales les plus basses en énergie, cf diagramme ci-dessus.

Pour la HO, on constate qu'elle est fortement développée entre les atomes de bore et les deux atomes d'hydrogène en pont. On peut donc envisager des liaisons entre B et H, comme la structure de Lewis proposée l'indique.

Troisième partie : Etude de la méthanisation (G2E , 2022)**Partie 1 : Etude des réactions en solution aqueuse dans le méthaniseur**

Q17. L'ion hydrogencarbonate HCO_3^- est la base du couple $\text{H}_2\text{CO}_3 / \text{HCO}_3^-$ et l'acide du couple $\text{HCO}_3^- / \text{CO}_3^{2-}$: c'est donc une espèce amphotère .

Q18. On utilise une solution tampon pour fixer le pH (rôle) .

Par définition , une solution tampon est une solution dont le pH ne varie (pratiquement) pas par ajout modéré d'acide ou de base et par dilution .

Une solution tampon est obtenue usuellement en mélangeant en quantités égales un acide et sa base conjuguée : ces conditions sont bien réalisées pour la solution introduite dans le méthaniseur .

Q19 . Si la solution en HCO_3^- et CO_3^{2-} est concentrée , l'évolution de la solution contenue dans le méthaniseur est modélisée par la réaction (prépondérante) d'équation-bilan :

Cette réaction ne modifie pas les concentrations des espèces impliquées , aussi

$$[\text{HCO}_3^-]_{\text{eq}} = [\text{HCO}_3^-]_{\text{ini}} \quad \text{et} \quad [\text{H}_2\text{CO}_3]_{\text{eq}} = [\text{H}_2\text{CO}_3]_{\text{ini}}$$

$$\text{Or } [\text{H}_2\text{CO}_3]_{\text{ini}} = [\text{HCO}_3^-]_{\text{ini}} \quad , \quad \text{aussi} \quad \text{pH} = \text{pKa} (\text{H}_2\text{CO}_3 / \text{HCO}_3^-) = 6,4$$

En se référant au diagramme de prédominance de l'acide butanoïque , il apparaît qu'à $\text{pH} = 6,4 (> \text{pKa})$, l'acide butanoïque se trouve sous la forme de sa base conjuguée $\text{C}_3\text{H}_7\text{COO}^-$.

Q20. La question revient à déterminer si le butanoate de sodium précipite ou pas dans le méthaniseur , autrement dit si la condition de précipitation $Q_r > K_s$ est vérifiée ou pas .

$$Q_r = [\text{C}_3\text{H}_7\text{COO}^-] [\text{Na}^+] = 0,01 * 0,04 = 4.10^{-4}$$

Détermination de K_s : par définition K_s est la constante d'équilibre de la réaction

Dans le méthaniseur les ions issus de cette réaction de dissolution n'évoluent pas : on a alors

$s = [\text{C}_3\text{H}_7\text{COO}^-]$, $s = [\text{Na}^+]$ et $K_s = s^2 / C^{o2}$ ou par abus d'écriture $K_s = s^2$, s désignant la solubilité molaire .

Par ailleurs $s_{\text{massique}} = M s$

$$\text{On en déduit} \quad s = 22 / 110,0 = 0,2 \text{ molL}^{-1} \quad \text{et} \quad K_s = 2.10^{-2}$$

Conclusion : $Q_r < K_s$: **le butanoate de sodium ne précipite pas dans le méthaniseur** .

Partie 2 : etude thermodynamique de la méthanisation

Q21. En présence d'un catalyseur , le chemin réactionnel est différent un catalyseur a pour rôle d'accélérer la réaction , ce qui revient à diminuer l'énergie d'activation .

Un catalyseur n'a aucun effet sur l'aspect thermodynamique .

Q22a. D'après la règle de Hess : $\Delta_r H^\circ = \sum \bar{\nu}_i \Delta_f H_i^\circ = +77,2 \text{ kJmol}^{-1}$

Par définition $\Delta_r S^\circ = \sum \bar{\nu}_i S_i^\circ = +117,3 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$

$\Delta_r S^\circ > 0$: en accord avec l'augmentation du nombre d'entités

Q22b. En se plaçant dans le cadre de la méthode d'Ellingham :

$$\Delta_r G^\circ (313 \text{ K}) = \Delta_r H^\circ(298) - 313 * \Delta_r S^\circ(298)$$

$$\Delta_r G^\circ(313 \text{ K}) = +40,5 \text{ kJmol}^{-1}$$

Q23a. Pour la réaction i $\Delta_r G_i = \Delta_r G_i^\circ + RT \text{Ln} Q_{ri}$

En affectant à toutes les espèces (sauf H₂) une activité égale à 1 : $\Delta_r G_i = \Delta_r G_i^\circ + \bar{\nu}_{H_2 i} RT \text{Ln} \left(\frac{P_{H_2}}{P^\circ} \right)$

$$\text{Soit : } \Delta_r G_1 = \Delta_r G_1^\circ + 2 RT \text{Ln} \left(\frac{P_{H_2}}{P^\circ} \right)$$

$$\Delta_r G_2 = \Delta_r G_2^\circ + 3 RT \text{Ln} \left(\frac{P_{H_2}}{P^\circ} \right)$$

$$\Delta_r G_3 = \Delta_r G_3^\circ + 2 RT \text{Ln} \left(\frac{P_{H_2}}{P^\circ} \right)$$

$$\Delta_r G_4 = \Delta_r G_4^\circ - 4 RT \text{Ln} \left(\frac{P_{H_2}}{P^\circ} \right)$$

Q23b. La droite c est la seule courbe à avoir un coefficient directeur négatif : elle est associée à la réaction 4

Les droites a et d sont parallèles : elles correspondent aux réactions 1 et 3 . De plus $\Delta_r G_1^\circ = 40,5 < 48,1 \text{ kJmol}^{-1}$: Courbe a : réaction 3 courbe d : réaction 1 .

En conclusion :

Courbe	a	b	c	d
Réaction	3	2	4	1

Q23c. La courbe horizontale d'équation $\Delta_r G = 0$ permet de déterminer pour chaque réaction la pression de H₂ pour laquelle l'équilibre est atteint.

$P_{H_2, \text{eq}} = P_{H_2}$ pour laquelle la courbe associée à la réaction coupe la droite horizontale .

Q24. Pour la réaction i , on a $\Delta_r G_i = \bar{\nu}_{H_2 i} RT \text{Ln} \left(\frac{P_{H_2}}{P_{H_2, \text{eq} i}} \right)$

La condition d'évolution d'un système chimique s'écrit $\Delta_r G d\xi < 0$ et une évolution dans le sens direct ($d\xi > 0$) suppose $\Delta_r G < 0$

Pour les réactions 1, 2, 3 (H₂ produit et donc coefficient stoechiométrique > 0) , une évolution dans le sens direct suppose $P_{H_2} < P_{H_2 \text{ eq}}$

Pour la réaction 4 , l'évolution dans le sens direct suppose $P_{H_2} > P_{H_2 \text{ eq}}$

Pour que toutes les réactions aient lieu dans le sens direct , la pression en dihydrogène doit finalement vérifier :

$$P_{H_2 \text{ eq} 4} = 10^{-6} \text{ bar} < P_{H_2} < P_{H_2 \text{ eq} 2 \text{ ou } 3} = 3.10^{-4} \text{ bar} .$$

Q25. La méthanisation présente l'inconvénient majeur de dégager du CO₂ et la production de H₂ gazeux pose des problèmes de sécurité.

Partie 3 : Valorisation du méthane par combustion

Q26. Soit Q_{eau} l'énergie thermique nécessaire à l'élévation de température de l'eau, il s'agit du transfert thermique associé à la transformation physique

D'après le premier principe, la pression étant constante : $Q_{\text{eau}} = \Delta H$
Soit en utilisant la capacité thermique massique de l'eau C_{pm} supposée indépendante de T
 $Q_{\text{eau}} = m_{\text{eau}} C_{pm} \Delta T$

D'autre part, soit Q l'énergie thermique associée à la combustion du méthane, transformation chimique modélisée selon

En considérant que la réaction de combustion est totale et que le dioxygène est introduit en excès :
 $\xi = n(\text{CH}_4)$

Par ailleurs, on considère également que la méthanisation est totale, l'eau étant en excès ; on a alors
 $n(\text{CH}_4) = 3n \cdot n_0$ avec n_0 = quantité de matière d'amidon.

La masse molaire de l'amidon s'exprime selon $M = n [M(\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5)] = 162 n \text{ g mol}^{-1}$

On en déduit $n(\text{CH}_4) = m(\text{CH}_4) = 3n \frac{m}{162 n} = \frac{m}{54}$ m : masse d'amidon exprimée en g

En conclusion, la condition cherchée s'écrit - $Q = Q_{\text{eau}}$, soit $m_{\text{eau}} C_{pm} \Delta T = -\frac{m}{54} \Delta_r H^\circ$
A.N. **$m = 5,0 \text{ g}$**

Partie 4 : Etude de la cinétique bactérienne lors de la méthanisation

Q27. Par définition, la vitesse de disparition du substrat s'exprime selon $v_d = -\frac{d[S]}{dt}$ et d'après le mécanisme proposé

$$-\frac{d[S]}{dt} = r_1 - r_{-1}$$

Q28. L'application de l'AEQS à ES conduit à $r_1 - r_{-1} - r_2 = 0$ soit $r_1 - r_{-1} = r_2$

Par conséquent $v_d = r_2$

Q29. Chaque étape d'un mécanisme étant élémentaire, sa loi de vitesse suit la loi de Van't Hoff.

On obtient à partir de l'AEQS : $k_1[E][S] = k_{-1}[ES] + k_2[ES]$

En reportant cette relation dans celle de conservation de la matière :

$$\frac{k_{-1} + k_2}{k_1} [ES] + [S] + 2 [ES] = [N]_0$$

$$[ES] = \frac{[N]_0[S] - [S]^2}{\frac{k_{-1} + k_2}{k_1} + 2[S]}; \text{ on pose } \boxed{K_M = \frac{k_{-1} + k_2}{k_1}}$$

La vitesse de disparition du substrat s'exprime finalement selon :
$$v_d = k_2 \frac{[N]_0[S] - [S]^2}{K_M + 2[S]}$$

Q30. La concentration totale en biomasse vérifie l'équation : $\frac{d[B]}{dt} = \frac{d[E]}{dt} + 2 \frac{d[ES]}{dt}$

D'après le mécanisme proposé : $\frac{d[E]}{dt} = 2v_2 + v_{-1} - v_1$

L'application de l'AEQS à ES conduit à $v_1 - v_{-1} = v_2$ et $\frac{d[ES]}{dt} = 0$

Dans ces conditions : $\frac{d[B]}{dt} = \frac{d[E]}{dt} = v_2 = k_2[S] \frac{[N]_0 - [S]}{K_M + 2[S]}$

D'autre part $[B] = [E] + 2[ES] = [N]_0 - [S]$

Ainsi : $\frac{1}{B} \frac{d[B]}{dt} = \frac{1}{[N]_0 - [S]} k_2[S] \frac{[N]_0 - [S]}{K_M + 2[S]}$: $\frac{1}{B} \frac{d[B]}{dt} = \frac{k_2[S]}{K_M + 2[S]}$ et $\frac{1}{U} = \frac{2}{k_2} + \frac{K_M}{k_2} \frac{1}{[S]}$

Q31. D'après le mécanisme retenu, k_2 peut se déduire du graphe : $\frac{2}{k_2}$ s'identifie à l'ordonnée à l'origine de la droite.

Ordonnée à l'origine : 0,07854 jour : $k_2 = 25,46 \text{ jour}^{-1}$ et $\mathbf{T_D = 0,054 \text{ jour ou 1h 20 min}}$

Q32. K_M se déduit du coefficient directeur : $K_M = \text{coef} \cdot k_2 = 2 \text{ coef} / \text{ordonnée à l'origine}$

$$\mathbf{K_M = 441,6 \text{ mgL}^{-1} \text{ ou } 0,442 \text{ gL}^{-1}}$$

Or $2[S]_0 = 3,14 \text{ gL}^{-1}$

Ainsi : **l'approximation $K_M \ll 2[S]$ n'est pas vérifiée en début de réaction**

L'approximation serait vérifiée si $[S] > 2,21 \text{ gL}^{-1}$, ce qui suppose que $\mathbf{[S]_0 > 2,21 \text{ gL}^{-1}}$

Quatrième partie : Hydrates de sel (Mines -Ponts , MP , 2003)

Q33. On considère un échantillon de solide S anhydre de masse connue $m_0 = n_0 M_S$

On laisse s'établir l'équilibre , on pèse la totalité du solide à l'équilibre :

$$m = m_S + m_{\text{hydrate}} = (n_0 - \xi) M_S + \xi M_{\text{hydrate}} = (n_0 - \xi) M_S + \xi (M_S + n M_{\text{H}_2\text{O}}) = m_0 + n \xi M_{\text{H}_2\text{O}}$$

$n \xi$ représente le nombre de moles d'eau fixées , il se déduit de la pression partielle en eau , nombre de moles qui peut se déduire de la pression partielle en eau . .

Le dispositif expérimental se limite à une balance de précision et à double pesée .

Q34. Par définition , la variance est le nombre de paramètres intensifs indépendants dont l'expérimentateur peut fixer arbitrairement la valeur sans modifier l'état d'équilibre du système .

Si N désigne le nombre de paramètres intensifs caractéristiques du système et R le nombre de relations entre ces paramètres à l'équilibre , la variance v peut se calculer selon

$$V = N - R$$

Application :

	1 ^{er} cas Existence d'un composé défini	2 ^{ème} cas Existence d'une solution solide
Paramètres intensifs	T , P X_S , $X_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})}$, X_{hydrate} N= 5	T , P X_S , $X_{\text{H}_2\text{O}(\text{solide})}$, $X_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})}$ N= 5
Relations à l'équilibre	$K^\circ(T)$ R =4 $X_S = 1$, $X_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})} = 1$, $X_{\text{hydrate}} = 1$	$K^\circ(T)$ R =3 $X_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})} = 1$ $X_S + X_{\text{H}_2\text{O}(\text{solide})} = 1$
Variance	1	2

Q35 . La courbe fournie montre qu'à température fixée , la valeur de e est indépendante de la pression partielle en H_2O : cela correspond au cas **d'existence du composé défini.**

Q36. Soit $\Delta_r G$ l'enthalpie libre du système siège de la réaction :

Les différents solides étant supposés non miscibles , on a

$$\Delta_r G = RT \ln \left(\frac{Q_r}{K^\circ} \right) = n RT \ln \left(\frac{P_{\text{H}_2\text{O}}}{P_{\text{H}_2\text{O},\text{eq}}} \right)$$

Par ailleurs , la coexistence des 3 phases (état d'équilibre) ne peut être envisagée que si $P_{\text{H}_2\text{O}} = P_{\text{H}_2\text{O},\text{eq}}$.

Enfin la condition d'évolution s'écrit : $\Delta_r G d\xi < 0$

Si $P_{\text{H}_2\text{O}} > P_{\text{H}_2\text{O},\text{eq}}$, $\Delta_r G > 0$, le système évolue dans le sens $d\xi < 0$, c'est-à-dire vers l'hydrate solide de formule $[\text{S} , n \text{H}_2\text{O}]$.

D'après la courbe $n = 1$.

En conclusion , le système sera constitué de **$[\text{S} , n \text{H}_2\text{O}]$ et de vapeur d'eau .**

Si $P_{\text{H}_2\text{O}} < P_{\text{H}_2\text{O},\text{eq}}$, $\Delta_r G < 0$, le système évolue dans le sens $d\xi < 0$, c'est-à-dire vers le solide S . le système est constitué de **S et de vapeur d'eau , il n'y a pas d'hydrate solide .**

Si $P_{\text{H}_2\text{O}} = P_{\text{H}_2\text{O},\text{eq}}$, le système est constitué de **S , vapeur d'eau et d'hydrate $[\text{S} , \text{H}_2\text{O}]$**

Etude isobare

Q37. La pression partielle de l'eau est fixée à 0,072 bar , valeur d'équilibre pour $t = 165^{\circ}\text{C}$.
Pour une température différente de 165°C , il ne peut pas y avoir équilibre.

Pour $165^{\circ}\text{C} < t < 200^{\circ}\text{C}$, $\varepsilon = 0$, ce qui s'interprète par l'absence d'hydrate .

Le système est alors constitué du sel solide S et de vapeur d'eau .

On peut aussi noter que pour une température de cet intervalle $P_{\text{H}_2\text{O,eq}}(t) > 0,072 \text{ bar}$.

Pour $t = 165^{\circ}\text{C}$, l'équilibre s'établit .

Le système est constitué de $\text{H}_2\text{O}_{(\text{g})}$, S_{solide} et $[\text{S},\text{H}_2\text{O}]_{\text{solide}}$

Pour $42^{\circ}\text{C} < t < 165^{\circ}\text{C}$, le palier à $\varepsilon = 1$ indique la présence de l'hydrate .

Autrement dit $P_{\text{H}_2\text{O}} = 0,072 \text{ bar} > P_{\text{H}_2\text{O,eq}}(t)$

Le système est constitué de $\text{H}_2\text{O}_{(\text{g})}$ et d'hydrate $[\text{S},\text{H}_2\text{O}]_{\text{solide}}$

Pour $t < 42^{\circ}\text{C}$, on observe un comportement analogue à celui observé $t < 165^{\circ}\text{C}$

On en déduit la possibilité du solide $[\text{S} , 2,67 \text{ H}_2\text{O}]$ et

$0,072 \text{ bar} = P_{\text{H}_2\text{O}}(\text{équilibre})$ à $t = 42^{\circ}\text{C}$ pour la réaction

$$K^{\circ}(42^{\circ}\text{C}) = 0,072^{2,67} = 8,9 \cdot 10^{-4}$$

Formule du nouveau solide : **$[\text{S} , 2,67\text{H}_2\text{O}]$ ou $[3\text{S} , 8\text{H}_2\text{O}]$**