

Correction DM 1 CP ES

Exercice 1 $f: x \mapsto 3(x-1)^2 - 27$ (FC)

1°) $f(x) = 3x^2 - 6x - 24$ ^(FD) $= 3(x^2 - 2x - 8)$

2°) -2 est une racine évidente donc

$$f(x) = 3(x+2)(x-4) \quad (\text{FF})$$

3°) a) $f(-2) \stackrel{\text{FF}}{=} 0$

• $f(\sqrt{2}) \stackrel{\text{FD}}{=} 3 \times 2 - 6\sqrt{2} - 24 = -18 - 6\sqrt{2}$

• $f(1+\sqrt{2}) \stackrel{\text{FC}}{=} 3 \times (\sqrt{2})^2 - 27 = -21$

b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x+2)(x-4) = 0$
 $\Leftrightarrow x+2=0 \text{ ou } x-4=0$
 $\Leftrightarrow x=-2 \text{ ou } x=4$

$$S = \{-2; 4\}$$

c) D'après la forme canonique, $\alpha = 1$ et $\beta = -27$

donc

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$		-27	

car $a=3 > 0$

Exercice 2

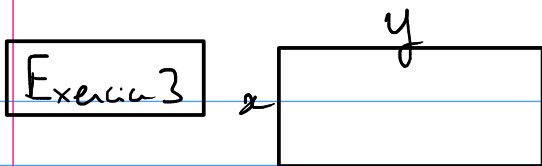
On a les coordonnées du sommet $S(3; -1)$
et on voit que $f(0) = 5$

Ainsi, $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = a(x-3)^2 - 1$ et $f(0) = 5$

$$\text{donc } a \times (0-3)^2 - 1 = 5 \Leftrightarrow 9a = 6$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

On a donc $f(x) = \frac{2}{3}(x-3)^2 - 1$



on a le périmètre $p = (x+y) \times 2 = 20 \text{ cm}$

Ainsi $x+y=10 \Leftrightarrow y=10-x$

On peut étudier la fonction Aire : $A: x \mapsto x \times y$

$$A(x) = x \times y = x \times (10-x) = -x^2 + 10x$$

et la forme canonique de $A(x) = -(x-5)^2 + 25$

Ainsi

x	$-\infty$	5	$+\infty$
$A(x)$		25	

The table shows the values of x and $A(x)$. The graph shows a parabola opening downwards with its vertex at $(5, 25)$.

$\uparrow$
 $\alpha = 5, \beta = 25$

donc le rectangle d'aire maximale sera de côté $x=5$
 $y=5$
 et d'aire 25 cm^2 (c'est un carré)

Exercice 4 1°) $4x^2 - 5x + 1 = 0$

rac. évidente: 1 - produit $= \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$ donc l'autre
 racine est $\frac{1}{4}$ - $\mathcal{S} = \left\{ \frac{1}{4}; 1 \right\}$

2°) $2x^2 - 12x + 13 = 0$

$\Delta = 144 - 104 = 40 = 4 \times 10$

donc $x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{40}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{10}}{2}$

$\mathcal{S} = \left\{ \frac{6-\sqrt{10}}{2}; \frac{6+\sqrt{10}}{2} \right\}$

3°) $-2x^2 + 3x - 1 \geq 0$

1 est une racine évidente et par produit, $\frac{1}{2}$ aussi.

On a donc le tableau de signes suivants.

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	
signe de $-2x^2+3x-1$	-	$\emptyset$	+	$\emptyset$	-

car $a = -2 < 0$

Ainsi $S = \left[\frac{1}{2}; 1 \right]$

4°) $-2x(x-2)(x^2-8x+16) > 0$

signe de $x^2 - 8x + 16$: $\Delta = 64 - 64 = 0$

donc $x^2 - 8x + 16$ a une racine double : $x_0 = 4 \left(= -\frac{b}{2a} \right)$

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
signe de $-2x$	+	$\emptyset$	-		
signe de $(x-2)$		-	$\emptyset$	+	
signe de $x^2 - 8x + 16$			+	$\emptyset$	+
signe du produit	-	$\emptyset$	+	$\emptyset$	-

car $m = -2 < 0$

car $m = 1 > 0$

car $a = 1 > 0$

Ainsi $S =] 0; 2 [$