Lycée Bellevue – Toulouse **Année 2024-2025**
MPSI – Mathématiques

Programme de colles
Semaine 28
du 19 au 23 mai 2025

Questions de cours

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. P_A est une probabilité sur Ω.
2. Formule des probabilités composées.
3. Formule des probabilités totales.
4. Espérance et variance de $aX + b$.
5. Formule de König-Huyghens.

Exercices

Chapitre B11. Matrices et applications linéaires

I. Rappels et compléments sur les matrices
II. Représentations matricielles
III. Changement de base
IV. Rangs

Programme prévisionnel de la semaine suivante

Chapitre C1 (Probabilités).

Chapitre B11. Matrices et applications linéaires

I. Rappels et compléments sur les matrices

Ensembles usuels de matrices, opérations dont la transposition. Trace.

II. Représentations matricielles

Représentation matricielle d'un vecteur dans une base, d'une famille de vecteurs, isomorphisme $E \to \mathscr{M}_{n1}(\mathbb{K})$. Matrice d'une application linéaire selon deux bases, isomorphisme $\mathscr{L}(E, F) \to \mathscr{M}_{np}(\mathbb{K})$. Dimension de $\mathscr{L}(E, F)$. Représentation matricielle de $f(u)$. Matrice d'une composée, matrice d'un isomorphisme.

Application linéaire canoniquement associée à une matrice. Image et noyau d'une matrice, théorème du rang. Inversibilité et inverse d'une matrice triangulaire, diagonale.

III. Changement de base

Matrice de passage, formules de changement de base pour un vecteur, un endomorphisme, une application linéaire ($X = PX'$, $A = PA'P^{-1}$, $A = PA'Q^{-1}$).

Matrices équivalentes, matrices semblables. Trace d'un endomorphisme.

IV. Rangs

Rang d'une matrice. Égalité entre le rang d'une matrice, d'une application linéaire, d'une famille de vecteur, et d'un système linéaire, pourvu qu'ils soient tous représentés par la même matrice.

Invariance du rang d'une matrice par multiplication par une matrice inversible. Matrices carrées de rang maximal, lien avec les isomorphismes, les bases, les systèmes de Cramer. Le rang d'une matrice est égal à celui de sa transposée.

Matrices extraites. Caractérisation du rang à l'aide des sous-matrices.