Programme de colles
Semaine 18
du 9 au 13 février 2026

Questions de cours

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. La fonction sinus est continue, en admettant : $\forall x \in \mathbb{R} \quad |\sin x| \leqslant |x|$.
2. Lemme : Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continue. Soit (u_n) une suite d'éléments de $[a, b]$. Si $(f(u_n))$ admet une limite ℓ alors $\ell \in f([a, b])$.
3. L'intersection d'une famille de sous-espaces vectoriels est un sous-espace vectoriel.
4. Soit $\mathscr{F}$ une famille finie de vecteurs de E. Alors $\mathrm{Vect}\,(\mathscr{F})$ est un sous-espace vectoriel de E.

Exercices

Chapitre B7. Polynômes

I. Définitions
II. Dérivation
III. Racines
IV. Factorisation d'un polynôme
V. Arithmétique de $\mathbb{K}[X]$

Programme prévisionnel de la semaine suivante

Chapitre A10 (Limites et continuité).

Chapitre B7. Polynômes

I. Définitions

Un polynôme est une somme $\sum_{k=0}^{n} a_k X^k$ où X est une indéterminée. Structure d'anneau, degré, spécialisation, divisibilité, polynômes associés. Division euclidienne.

II. Dérivation

Dérivée formelle, dérivés k-èmes, formule de Leibniz, formule de Taylor.

III. Racines

Racine d'un polynôme. Un réel α est racine de P si et seulement si $(X-\alpha)$ divise P. Un polynôme de degré n possède au plus n racines. Multiplicité (plus grand entier k tel que $(X-\alpha)^k$ divise P). Théorème : α est racine de P de multiplicité k si et seulement si $P(\alpha) = P'(\alpha) = \cdots = P^{(k-1)}(\alpha) = 0$ et $P^{(k)}(\alpha) \neq 0$.

Relations coefficients-racines.

IV. Factorisation d'un polynôme

Polynômes scindés. Théorème de d'Alembert-Gauss. Factorisation d'un polynôme dans $\mathbb{C}[X]$ et dans $\mathbb{R}[X]$.

V. Arithmétique des polynômes

PGCD, relation et théorème de Bézout, lemme de Gauss, PPCM, extension à un nombre fini de polynômes.

Polynômes irréductibles, décomposition en produit de polynômes irréductibles.