Lycée Bellevue – Toulouse **Année 2025-2026**
MPSI – Mathématiques

Programme de colles
Semaine 17
du 2 au 6 février 2026

Questions de cours

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. Soit P un polynôme réel et α un complexe. Alors α est racine de P si et seulement si $\bar{\alpha}$ est racine de P. De plus α et $\bar{\alpha}$ ont même ordre de multiplicité.
2. Si f est continue en a et g est continue en $f(a)$ alors $g \circ f$ est continue en a. Démonstration sans les voisinages.
3. Si $\lim u_n = a \in \overline{I}$ et $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \ell \in \overline{\mathbb{R}}$ alors $\lim f(u_n) = \ell$.
4. La fonction sinus n'admet pas de limite en $+\infty$.

Exercices

Chapitre A9. Suites numériques

I. Généralités
II. Limites
III. Théorèmes d'existence de limite
IV. Suites extraites

Programme prévisionnel de la semaine suivante

Chapitre B7 (Polynômes).

Chapitre A9. Suites

I. Généralités

Suites réelles et complexes. Définition explicite, implicite ou par récurrence. $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ et $\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ sont des anneaux. Suites constantes, croissantes, etc. Suites majorées, minorées, bornées. Suites périodiques, stationnaires.

Suites arithmético-géométrique, double-récurrentes.

III. Limites

Bornes, propriété de la borne supérieure et inférieure, maximum et minimum d'une partie.

Suites convergentes : définition. Unicité de la limite. Suites divergentes. Toute suite convergente est bornée. Opérations sur les limites. Compatibilité de la limite avec la relation d'ordre. Limites infinies.

Cas des suites complexes : suite $(\operatorname{Re} z_n)$, $(\operatorname{Im} z_n)$, $(|z_n|)$.

Définitions complètes des relations de comparaison.

IV. Théorèmes d'existence de limite

Théorèmes d'encadrement. Théorème de limite des suites monotones. Lien avec la densité. Suites adjacentes, définition et théorème.

V. Suites extraites

Définition. Si $\varphi : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ est strictement croissante alors $\varphi(n) \geqslant n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Si (u_n) admet une limite alors toute suite extraite de (u_n) admet la même limite. Si les suites extraites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent vers la même limite, alors (u_n) converge vers cette limite.

Théorème de Bolzano-Weierstrass, avec le cas complexe. Valeurs d'adhérence : définition, propriété : un réel a est valeur d'adhérence d'une suite (u_n) si et seulement si il existe une suite extraite de (u_n) convergeant vers a.