Programme de colles
Semaine 16
du 26 au 30 janvier 2026

Questions de cours

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$. Énoncé, démonstration de l'unicité.
2. Dérivée k-ème de X^n.
3. Formule de Taylor : énoncé et écriture pour un polynôme particulier.
4. Un scalaire α est racine d'un polynôme P si et seulement si $X - \alpha$ divise P.
5. Un scalaire α est racine d'un polynôme P de multiplicité $k \in \mathbb{N}^*$ si et seulement s'il est racine de P, $P', \dots, P^{(k-1)}$ mais pas de $P^{(k)}$. Démonstration du sens indirect.
6. Relations coefficients-racines pour un polynôme de degré 3.

Exercices

Chapitre A9. Suites numériques

I. Généralités
II. Limites
III. Théorèmes d'existence de limite
IV. *Suites extraites* *Hors programme*

Programme prévisionnel de la semaine suivante

Chapitres A9 (Suites).

Chapitre A9. Suites

I. Généralités

Suites réelles et complexes. Définition explicite, implicite ou par récurrence. $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ et $\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ sont des anneaux. Suites constantes, croissantes, etc. Suites majorées, minorées, bornées. Suites périodiques, stationnaires.

Suites arithmético-géométrique, double-récurrentes.

III. Limites

Bornes, propriété de la borne supérieure et inférieure, maximum et minimum d'une partie.

Suites convergentes : définition. Unicité de la limite. Suites divergentes. Toute suite convergente est bornée. Opérations sur les limites. Compatibilité de la limite avec la relation d'ordre. Limites infinies.

Cas des suites complexes : suite $(\operatorname{Re} z_n)$, $(\operatorname{Im} z_n)$, $(|z_n|)$.

Définitions complètes des relations de comparaison.

IV. Théorèmes d'existence de limite

Théorèmes d'encadrement. Théorème de limite des suites monotones. Lien avec la densité. Suites adjacentes, définition et théorème.

V. Suites extraites

Définition. Si $\varphi : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ est strictement croissante alors $\varphi(n) \geqslant n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Si (u_n) admet une limite alors toute suite extraite de (u_n) admet la même limite. Si les suites extraites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent vers la même limite, alors (u_n) converge vers cette limite.

Théorème de Bolzano-Weierstrass, avec le cas complexe. Valeurs d'adhérence : définition, propriété : un réel a est valeur d'adhérence d'une suite (u_n) si et seulement si il existe une suite extraite de (u_n) convergeant vers a.