

**Programme de colles**  
**Semaine 10**  
**du 1<sup>er</sup> au 5 décembre 2025**

**Questions de cours**

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. Soit  $a$  et  $b$  deux entiers naturels non-nuls, et  $n$  un autre entier. Si  $n$  est multiple de  $a$  et de  $b$  alors  $n$  est multiple de leur PPCM.
2. Théorème de Bézout pour deux entiers.
3. Lemme de Gauss.
4. Petit théorème de Fermat.
5.  $\sqrt{2}$  est irrationnel.

**Exercices**

**Chapitre A5. Fonctions usuelles**

- I. Fonctions hyperboliques
- II. Fonctions circulaires réciproques
- III. Autres fonctions classiques

**Chapitre A6. Primitives**

- I. Intégrales et primitives
- II. Calculs de primitives

**Programme prévisionnel de la semaine suivante**

Chapitres A6 (Primitives) et B4 (Arithmétique).

## Chapitre A5. Fonctions usuelles

### I. Fonctions hyperboliques

Cosinus, sinus, tangente hyperboliques. Formule  $\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$ .

### II. Fonctions circulaires réciproques

Fonctions arcsin, arccos, arctan.

Formules :  $\cos \arcsin x = \sin \arccos x = \sqrt{1 - x^2}$ ,  $\arccos x + \arcsin x = \frac{\pi}{2}$ ,  $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \pm \frac{\pi}{2}$ .

### III. Autres fonctions classiques

Fonctions valeur absolue (avec sa dérivée) et partie entière, notée  $\lfloor x \rfloor$ .

## Chapitre A6. Primitives

### I. Intégrales et primitives

Intégrale  $\int_a^b f(t) dt$  : c'est l'aire sous la courbe. Relation de Chasles, linéarité de l'intégrale, croissance de l'intégrale (sans la positivité).

Primitive : définition, deux primitives d'une même fonction sur un intervalle diffèrent d'une constante. Théorème fondamental : si  $f$  est continue sur un intervalle  $I$ , et  $a \in I$  alors la fonction  $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$  est une primitive de  $f$ . Si  $F$  est une primitive de  $f$  alors  $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ . Corollaire : toute fonction continue sur un intervalle admet une primitive.

### II. Calculs de primitives

Primitives usuelles. Linéarisation d'expressions trigonométriques (y compris hyperboliques), utilisation des complexes ( $e^{ax} \cos(bx)$  par exemple), décomposition de polynômes ( $\frac{x+2}{x+1}$  par exemple), fractions rationnelles du type  $\frac{dx+e}{ax^2+bx+c}$ , intégration par parties, changement de variable.