

Programme de colles
Semaine 8
du 17 au 21 novembre 2025

Questions de cours

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ si $x > 0$ et $-\frac{\pi}{2}$ si $x < 0$.
2. Énoncé du théorème fondamental de l'analyse, énoncé et démonstration de son deuxième corollaire :
si f est continue et F est une primitive de f alors $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$.
3. Calculer une primitive en reconnaissant une primitive usuelle, ou en linéarisant une expression trigonométrique.

Exercices

Chapitre B3. Ensembles

- I. Ensembles
- II. Applications
- III. Relations binaires
- IV. Ensembles finis

Programme prévisionnel de la semaine suivante

Chapitre A5 (Fonctions usuelles).

Chapitre B3. Ensembles

I. Ensembles

Ensemble, éléments. Appartenance, inclusion, ensemble vide, partie ou sous-ensemble. Ensemble $\mathcal{P}(E)$. Complémentaire, intersection, réunion, différence. Distributivité de \cap et \cup l'une par rapport à l'autre. Lois de de Morgan. Produit cartésien fini. Exemples des ensembles \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} , \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 .

II. Applications

Ensemble $\mathcal{F}(E, F)$ des applications d'un ensemble E vers un ensemble F . Ensembles de départ, d'arrivée, graphe, image et antécédent d'un élément. Identité de E , restriction, prolongement. Image d'une partie de E , image réciproque d'une partie de F .

Injection, surjection, bijection. Stabilité par composition. Fonction réciproque d'une bijection, unicité, caractérisation : $f : E \rightarrow F$ est bijective si et seulement si il existe $g : F \rightarrow E$ telle que $f \circ g = \text{Id}_F$ et $g \circ f = \text{Id}_E$. On a alors $g = f^{-1}$, et l'unicité de f^{-1} . Réciproque d'une composée.

Cas des fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} : théorème de la bijection, théorème de dérivation de la réciproque.

III. Relations binaires

Relation d'équivalence. Classe d'équivalence, elles réalisent une partition.

Relation d'ordre, total ou partiel. Majorant, minorant, maximum, minimum d'une partie.

IV. Ensembles finis

Cardinal d'un ensemble fini (et uniquement fini). Lien avec l'inclusion, les applications injectives et surjectives. Cardinal d'une union, du complémentaire, du produit cartésien, de l'ensemble des applications de E dans F , de l'ensemble des parties de E .

Nombre de p -listes d'éléments d'un ensemble fini, de p -listes d'éléments distincts (sans le mot "arrangement", et sans la notation A_n^p). Nombre de permutations.

Nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments. Formule du binôme et autres, nouvelles démonstrations.