Lycée Bellevue – Toulouse **Année 2025-2026**
MPSI – Mathématiques

Programme de colles
Semaine 6
du 3 au 7 novembre 2025

Questions de cours

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. Distributivité de l'intersection par rapport à l'union, et vice-versa.
2. La composée de deux injections est une injection.
3. La composée de deux surjections est une surjection.
4. Si $f : E \to F$ et $g : F \to G$ sont bijectives alors $g \circ f$ est bijective et $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

Exercices

Chapitre B2. Logique

I. Logique
II. Modes de raisonnement

Chapitre A4. Calculs de limites

I. Suites récurrentes
II. Relations de comparaison

Programme prévisionnel de la semaine suivante

Chapitres A4 (Calculs de limites) et B3 (Ensembles).

Chapitre B2. <u>Logique</u>

I. Logique

Proposition P, négation $\neg P$, conjonction P et Q, disjonction P ou Q, implication $P \Rightarrow Q$, équivalence $P \Leftrightarrow Q$. Lois de de Morgan ($\neg(P$ et $Q)$, etc), réciproque, contraposée. Exemples simples de tables de vérité.

Quantificateurs : $\forall$ et $\exists$. Négations.

II. Modes de raisonnement

Démonstrations d'une implication, d'une équivalence. Raisonnement direct, par contraposée, par l'absurde. Raisonnement par récurrence, récurrence double, forte, finie. Raisonnement par analyse-synthèse.

Chapitre A4. <u>Calculs de limites</u>

I. Suites récurrentes

Théorèmes admis : Théorème d'encadrement, si les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent vers la même limite alors la suite (u_n) converge vers cette limite, théorème de la limite monotone, composition de limites, si f est continue et (u_n) converge vers a alors $(f(u_n))$ converge vers $f(a)$.

Suites récurrentes : itératrice, intervalle stable, existence de la suite. Si f est croissante alors (u_n) est monotone. Si (u_n) converge et f est continue alors sa limite est un point fixe de f.

II. Relations de comparaison

Négligeabilité, équivalence et domination pour les suites et les fonctions. Notations $u_n \sim v_n$, petit o, grand O.

Nouvelle écriture des croissances comparées avec ajout de $a^n = o(n!)$. Équivalents usuels.