

Programme de colles
Semaine 3
du 28 septembre au 2 octobre 2026

Questions de cours

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. Limites usuelles de trigonométrie. Démonstration en admettant la première.
2. Pour tout $(a, b) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$: $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.
3. Limites de la fonction $\ln$ (en admettant le théorème de la limite monotone).
4. Limite en $+\infty$ de $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ (en admettant un théorème).
5. Inégalités triangulaires pour les nombres complexes.

Exercices

Chapitre B1. Calculs algébriques

- I. Sommes et produits
- II. Coefficients binomiaux
- III. Systèmes linéaires

Chapitre A2. Fonctions d'une variable réelle

- I. Généralités sur les fonctions
- II. Dérivation
- III. Continuité Juste le théorème de la bijection
- IV. Fonctions classiques

Programme prévisionnel de la semaine suivante

Chapitre A2.

Chapitre B1. Calculs algébriques

I. Sommes et produits

Notations Σ et Π . Variable muette. Exemples à connaître : $\sum_k k$, $\sum_k k^2$, $\sum_k k^3$. Linéarité de la somme, somme des termes d'une suite arithmétique. Changement d'indice, sommes télescopique. Somme des termes d'une suite géométrique. Formule $a^n - b^n$.

Sommes doubles, rectangulaires et triangulaires.

II. Coefficients binomiaux

Factorielle, coefficients binomiaux : $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ si $0 \leq k \leq n$, 0 sinon. Symétrie, formule de Pascal : $\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$, triangle de Pascal. Propriété : les $\binom{n}{k}$ sont des entiers. Formule du binôme. Somme des coefficients d'une ligne du triangle de Pascal.

III. Systèmes linéaires

Définition des systèmes linéaires. Interprétation géométrique en dimensions 2 et 3.

Opérations élémentaires, algorithme du pivot de Gauss. Écriture matricielle. Exemples de systèmes à paramètres.

Chapitre A2. Fonctions d'une variable réelle

I. Généralités sur les fonctions

Compléments sur les réels : intervalles. Majorants, minorant d'une partie. Maximum, minimum d'une partie. Pas de bornes supérieures et inférieures pour l'instant.

Image d'une fonction. Addition, produit, quotient, composition de fonctions.

Exemples de graphes de fonctions du type $x \mapsto f(x) + a$, $f(x + a)$, $f(ax)$, $af(x)$. Parité, périodicité. Extrema, croissance.

Plan d'étude d'une fonction : ensemble de définition, réduction grâce à la parité et la périodicité, dérivation avec étude aux points où la dérivabilité n'est pas acquise, tableau de variations, limites (simples pour l'instant), tracé.

II. Dérivation

Définition de la dérivée. Tangentes. Liens entre la croissance de f et le signe de f' (sans démonstration). Dérivées usuelles, opérations, dont la composition. Dérivées n -èmes (sans la formule de Leibniz). Convexité : juste le cas des fonctions dérivables.

III. Continuité

Définition, lien avec la dérivabilité. Théorème des valeurs intermédiaires. Définition de la bijection et théorème de la bijection.

IV. Fonctions classiques

Fonctions polynomiales. Fonctions sinus, cosinus, tangente. Fonctions logarithme (népérien, brièvement décimal et binaire), fonction exponentielle, fonctions puissance. Croissances comparées.