

Programme de colles
Semaine 2
du 22 au 26 septembre 2025

Questions de cours

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. Dérivabilité et dérivée de uv .
2. Soit f une fonction définie sur un intervalle I , et x_0 un point intérieur à I . On suppose que f est dérivable en x_0 et que f présente un extremum en x_0 . Alors $f'(x_0) = 0$.
3. Limites usuelles de trigonométrie. Démonstration en admettant la première.
4. Pour tout $(a, b) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$: $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.
5. Limites de la fonction \ln (en admettant un théorème).

Exercices

Chapitre A1. Calculs sur les réels

- I. Notions de base
- II. Autres rappels

Chapitre A2. Calculs algébriques

- I. Sommes et produits
- II. Coefficients binomiaux
- III. Systèmes linéaires

Programme prévisionnel de la semaine suivante

Chapitre A3 (Fonctions).

Chapitre A1. Calculs sur les réels

I. Notions de base

Ensembles de nombres \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} .

La relation d'ordre sur les réels. Valeur absolue, partie entière, racine carrée, puissance n et $\frac{p}{q}$.

II. Autres rappels

Équations et inéquations du second degré, somme et produit de racines.

Limites : définition de $\overline{\mathbb{R}}$, notations $u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \ell$ et $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$. Théorèmes d'encadrement et de la limite monotone, sans démonstrations.

Trigonométrie. Cercle trigonométrique, définition du cosinus, du sinus et de la tangente. Valeurs remarquables. Formules de bases, de somme, de duplication, mais pas les transformations de produit en somme, de transformation de somme en produit, ni les formules en $t = \tan(x/2)$.

Chapitre A2. Calculs algébriques

I. Sommes et produits

Notations Σ et Π . Variable muette. Exemples à connaître : $\sum_k k$, $\sum_k k^2$, $\sum_k k^3$. Linéarité de la somme, somme des termes d'une suite arithmétique. Changement d'indice, sommes télescopique. Somme des termes d'une suite géométrique. Formule $a^n - b^n$.

Sommes doubles, rectangulaires et triangulaires.

II. Coefficients binomiaux

Factorielle, coefficients binomiaux : $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ si $0 \leq k \leq n$, 0 sinon. Symétrie, formule de Pascal : $\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$, triangle de Pascal. Propriété : les $\binom{n}{k}$ sont des entiers. Formule du binôme. Somme des coefficients d'une ligne du triangle de Pascal.

III. Systèmes linéaires

Définition des systèmes linéaires. Interprétation géométrique en dimensions 2 et 3.

Opérations élémentaires, algorithme du pivot de Gauss. Écriture matricielle. Exemples de systèmes à paramètres.